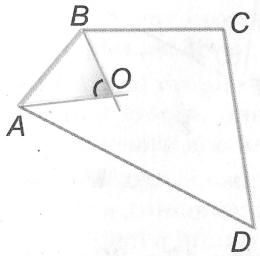
26. У чотирикутнику $ABCD$ сторона BC на 1 см, а сторона AD на 6 см більші за AB. Знайдіть периметр чотирикутника, якщо довжина сторони CD є середнім арифметичним сторін AB та AD і $CD = 5$ см.

27. Одна зі сторін чотирикутника дорівнює середньому арифметичному трьох інших сторін, які пропорційні числам 2, 3 і 6. Знайдіть сторони чотирикутника, якщо його периметр дорівнює 44 см. Доведіть, що такий чотирикутник існує.

28. У чотирикутнику $ABCD$ $BC \parallel AD$, $\angle A = 50°$, $\angle ADB = 70°$, $\angle BDC = 60°$. Доведіть, що $BC = AD$ і $AB = CD$.

29. Доведіть, що сума діагоналей опуклого чотирикутника менша за периметр цього чотирикутника.



Мал. 10

30. Доведіть, що коли бісектриси кутів A і B чотирикутника $ABCD$ перетинаються в точці O (мал. 10), то кут AOB дорівнює півсумі кутів C і D.

Практичне завдання

31. Виріжте з паперу довільний чотирикутник, виміряйте транспортиром його кути і знайдіть їх суму. Наскільки вона відрізняється від 360°?

ЗАДАЧІ ДЛЯ ПОВТОРЕННЯ

32. Відрізки AB і CD перетинаються в точці O так, що $AO = BO$, $CO = DO$. Доведіть, що $AC = BD$ і $AC \parallel BD$.

33. Знайдіть кути трикутника, якщо один з них на 20° більший за другий і вдвічі менший за третій.

34. Знайдіть міри внутрішніх односторонніх кутів при паралельних прямих та січній, якщо вони пропорційні числам 2 і 3.

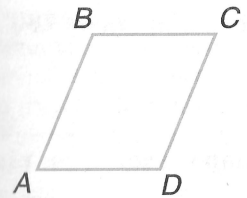
35. Трикутники ABC і ADC мають спільну основу AC (точки B і D лежать по один бік від прямої AC). Доведіть, що $AD = BC$, якщо $AB = DC$ і $\angle BAC = \angle ACD$.

36. Розв'яжіть попередню задачу за умови, що точки B і D лежать по різні боки від прямої AC. Доведіть, що $AD \parallel BC$.

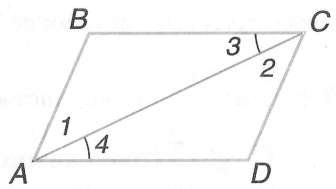
§2 Паралелограми

Чотирикутник, у якого кожна сторона паралельна протилежній стороні, називається ***паралелограмом*** (мал. 11).

ТЕОРЕМА 3 (ознаки паралелограма). **Якщо в чотирикутнику: 1) кожна сторона дорівнює протилежній стороні, або 2) дві протилежні сторони рівні і паралельні, або 3) діагоналі чотирикутника перетинаються і точкою перетину діляться навпіл, то такий чотирикутник — паралелограм.**



Мал. 11



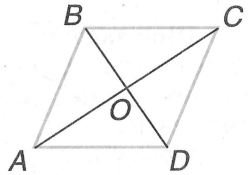
Мал. 12

ДОВЕДЕННЯ.

1) Нехай у чотирикутнику $ABCD$ $AB = CD$ і $BC = AD$ (мал. 12). Діагональ AC розбиває його на два рівні трикутники ABC і CDA (за трьома сторонами). Тому $\angle 1 = \angle 2$ і $\angle 3 = \angle 4$. З рівності кутів 1 і 2 випливає, що $AB \parallel CD$, а з рівності кутів 3 і 4, що $CB \parallel AD$. Отже, чотирикутник $ABCD$ — паралелограм.

2) Нехай у чотирикутнику $ABCD$ $AB = CD$ і $AB \parallel CD$ (див. мал. 12). Оскільки $AB \parallel CD$, то $\angle 2 = \angle 1$ як різносторонні внутрішні кути. Тоді $\triangle ABC = \triangle CDA$ (за двома сторонами і кутом між ними). Отже, $\angle 3 = \angle 4$, $AD \parallel CB$. Згідно з умовою $AB \parallel CD$. Тому чотирикутник $ABCD$ — паралелограм.

3) Якщо діагоналі чотирикутника $ABCD$ перетинаються в точці O і $OA = OC$, $OB = OD$ (мал. 13), то $\triangle OAB = \triangle OCD$ і $\triangle OBC = \triangle ODA$ (за двома сторонами і кутом між ними). Тому $AB = CD$ і $AD = CB$. Згідно з доведеною ознакою 1 чотирикутник $ABCD$ — паралелограм. □



Мал. 13