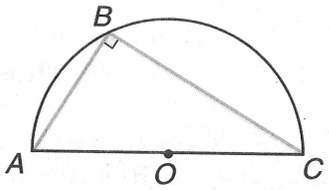
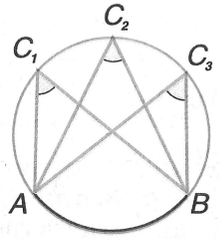
НАСЛІДКИ

1. **Вписаний кут, що спирається на діаметр, — прямий** (мал. 62).
2. **Вписані кути, що спираються на одну й ту саму дугу, — рівні** (мал. 63).



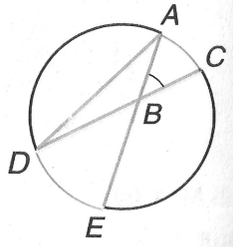
Мал. 62



Мал. 63

ДЛЯ ДОПИТЛИВИХ

ТЕОРЕМА 11 **Кут, вершина якого лежить усередині кола, вимірюється півсумою двох дуг, на які спираються даний і вертикальний до нього кути.**



Мал. 64

ДОВЕДЕННЯ.

Нехай прямі AE і CD перетинаються в точці B, що міститься всередині кола (мал. 64). Доведемо, що кут ABC вимірюється півсумою дуг AC і DE.

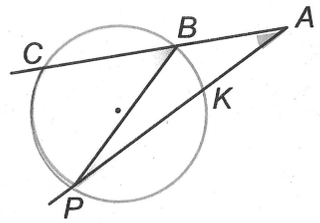
Проведемо відрізок AD. $\angle ABC = \angle A + \angle D$ як зовнішній кут $\triangle ABD$. Кути A і D вписані, тому

$$\angle ABC = \angle A + \angle D = \frac{1}{2}\overset{\smile}{DE} + \frac{1}{2}\overset{\smile}{AC} = \frac{1}{2}(\overset{\smile}{DE} + \overset{\smile}{AC}). \square$$

ТЕОРЕМА 12 **Кут, сторони якого перетинають коло, а вершина лежить поза колом, вимірюється піврізницею дуг цього кола, що лежать усередині кута.**

ДОВЕДЕННЯ.

Нехай сторони довільного кута A перетинають коло в точках, позначених на малюнку 65. За властивістю зовнішнього кута трикутника $\angle A = \angle CBP - \angle P$.



Мал. 65

Кути CBP і P вписані, вони спираються відповідно на дуги $\overset{\smile}{CP}$ і $\overset{\smile}{BK}$ і вимірюються їх половинами. Тому

$$\angle A = \frac{1}{2}\overset{\smile}{CP} - \frac{1}{2}\overset{\smile}{BK} = \frac{1}{2}(\overset{\smile}{CP} - \overset{\smile}{BK}). \square$$

Запитання і завдання для самоконтролю

1. Який кут називають центральним? Який вписаним?
2. Що означає вислів «кут спирається на дугу»?
3. Як знайти міру центрального кута?
4. Сформулюйте і доведіть теорему про вписані кути.
5. Яку міру має вписаний кут, що спирається на діаметр?

Виконаємо разом

1 **Доведіть, що кут між хордою і дотичною, проведеною через кінець хорди, вимірюється половиною дуги, що лежить між ними.**

Нехай в колі з центром O проведено хорду AB, а через точку A — дотичну AC (мал. 66, *а*). Якщо M — середина дуги AB, що лежить усередині кута CAB, і промінь OM перетинає дану хорду в точці H, то $\angle OHA = 90°$. Адже OH — бісектриса кута при вершині рівнобедреного $\triangle OAB$, а вона, як відомо, є водночас і його висотою.

Оскільки $\angle OHA = 90°$, то $\angle AOH = 90° - \angle OAH$. І $\angle CAB = 90° - \angle OAH$. Отже, кут CAB дорівнює $\angle AOM$, який вимірюється половиною дуги AMB. Тому й кут CAB вимірюється половиною цієї дуги.