

§12

Подібність прямокутних трикутників

Один кут у кожному прямокутному трикутнику прямий, а всі прямі кути рівні. Тому з двох перших загальних ознак подібності трикутників (див. с. 88) випливають такі ознаки подібності прямокутних трикутників.

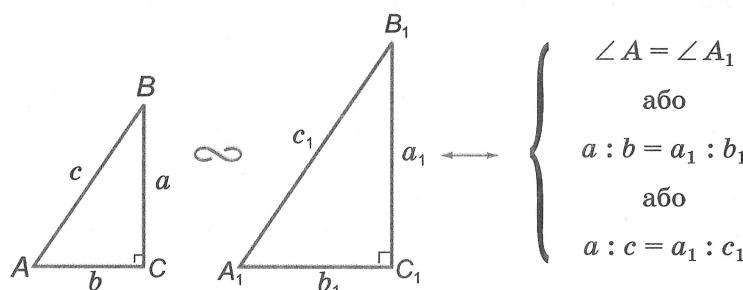
! Два прямокутні трикутники подібні, якщо гострий кут одного дорівнює гострому куту другого трикутника.

Два прямокутні трикутники подібні, якщо катети одного пропорційні катетам другого трикутника.

Правильна і така ознака.

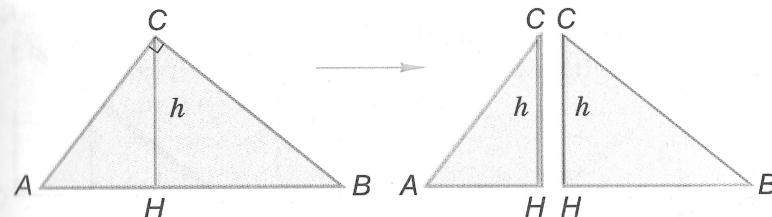
! Два прямокутні трикутники подібні, якщо катет і гіпотенуза одного пропорційні катету і гіпотенузі другого трикутника.

Схематично три сформульовані ознаки подібності прямокутних трикутників можна зобразити так (мал. 142):



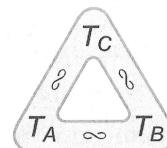
Мал. 142

Цікаву властивість має висота h прямокутного трикутника, проведена до гіпотенузи (мал. 143). Вона розбиває даний трикутник на два менші прямокутні трикутники, подібні даному. Якщо кут C трикутника ABC прямий, а CH — висота, то кожний з трикутників ACH і CBH подібний $\triangle ABC$. Адже $\triangle ACH \sim \triangle ABC$ мають спільний кут A , а трикутники CBH і ABC — спільний кут B . Кожний із цих прямокутних трикутників



Мал. 143

подібний кожному іншому з них. Позначивши їх літерами T_C , T_A і T_B , схематично це можна зобразити так:



Важливу роль у геометрії відіграють теореми про середні пропорційні відрізки в прямокутному трикутнику. Нагадаємо, що відрізок або число x називають середнім пропорційним відрізків або чисел a і b , якщо правильною є пропорція $a : x = x : b$ (або рівнозначні їй рівності $x^2 = ab$, $x = \sqrt{ab}$).

! **ТЕОРЕМА 22** Висота прямокутного трикутника, проведена до гіпотенузи, є середнім пропорційним відрізків, на які ця висота ділить гіпотенузу.

ДОВЕДЕННЯ.

Оскільки висота h розбиває прямокутний трикутник ABC на подібні йому трикутники ACH і CBH (мал. 144), то $AH : h = h : HB$. А це означає, що відрізок h — середній пропорційний відрізків AH і HB . \square

! **ТЕОРЕМА 23** Катет прямокутного трикутника є середнім пропорційним гіпотенузи і проекції цього катета на гіпотенузу.

Наприклад, $AC^2 = AB \cdot AH$ (мал. 144).

ДОВЕДЕННЯ.

Оскільки $\triangle ACH \sim \triangle ABC$, то $AH : AC = AC : AB$, звідки $AC^2 = AB \cdot AH$. \square