§23 *Застосування тригонометричних функцій*

Синус, косинус і тангенс гострого кута часто застосовують в доведеннях теорем і розв'язаннях задач. Наведемо приклади.

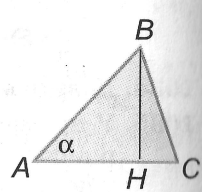
! ТЕОРЕМА 36 Площа трикутника дорівнює півдобутку двох його сторін на синус гострого кута між ними.

■ ДОВЕДЕННЯ.

Нехай дано довільний $\triangle ABC$, у якого $\angle A = \alpha$ — гострий (мал. 265). Як вам уже відомо, його площа $S = \frac{1}{2} AC \cdot BH$.

Із прямокутного трикутника ABH знаходимо $BH = AB \sin\alpha$, тому

$S = \frac{1}{2} AC \cdot AB \sin\alpha$.□



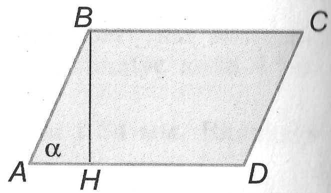
■ Мал. 265

! ТЕОРЕМА 37 Площа паралелограма дорівнює добутку двох його сусідніх сторін на синус гострого кута між ними.

■ ДОВЕДЕННЯ.

Нехай у паралелограмі $ABCD$ кут A гострий, а BH — висота (мал. 266). З прямокутного трикутника ABH знаходимо: $BH = AB \sin\alpha$. Тому площа паралелограма

$S = AD \cdot BH = AD \cdot AB \sin\alpha$.□



■ Мал. 266

■ ПРИМІТКА.

Оскільки поки що вам відомі тригонометричні функції тільки гострих кутів, то і в двох останніх теоремах ідеться тільки про синуси гострих кутів. У 9 класі ці теореми будуть узагальнені для довільних кутів трикутника чи паралелограма.

Найзручніше використовувати тригонометричні функції для розв'язування прикладних задач.

Прикладними задачами в математиці називають задачі, умови яких містять нематематичні поняття. Розв'язуючи такі задачі математичними методами, звичайно створюють їх математичні моделі. В геометрії *математичні моделі* найчастіше

створюють з геометричних фігур, чисел, виразів, рівнянь, функцій тощо. Розглянемо прикладні задачі, які можна моделювати за допомогою прямокутних трикутників.

■ ЗАДАЧА. Як знайти радіус r Місяця, якщо спостерігач, що перебуває на відстані m від найближчої точки Місяця, бачить його під кутом 2α?

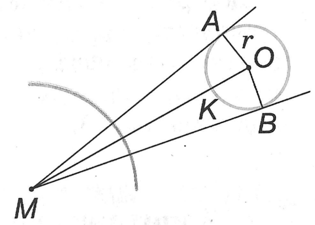
■ РОЗВ'ЯЗАННЯ.

Нехай спостерігач стоїть у точці M і бачить Місяць під кутом $AMB = 2\alpha$ (мал. 267). Якщо центр Місяця — точка O, то шуканий радіус $r = OA$, а $\angle OAM = 90°$, $\angle AMO = \alpha$, $MO = m + r$.

$r : (r + m) = \sin\alpha$. Звідки

$r = r\sin\alpha + m\sin\alpha$,

$r = \dfrac{m\sin\alpha}{1 - \sin\alpha}$.



■ Мал. 267

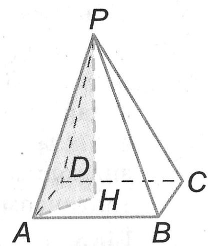
Підставивши у цю формулу значення m і α, неважко обчислити радіус Місяця.

Щоб створити потрібну математичну модель прикладної задачі, треба знати не тільки математику, а й ту галузь науки чи виробництва, якої стосується дана задача. З прямокутними трикутниками найчастіше пов'язані різні просторові об'єкти, споруди, механізми тощо.

ДЛЯ ДОПИТЛИВИХ

Найчастіше розв'язувати прямокутні трикутники доводиться в стереометрії, коли вимагається знаходити значення одних елементів просторової геометричної фігури через інші її значення.

■ ЗАДАЧА. Бічне ребро AP піраміди з її висотою PH утворює кут 40°. Знайдіть висоту піраміди, якщо $AP = 20$ см (мал. 268).



■ Мал. 268

■ РОЗВ'ЯЗАННЯ. Сполучимо відрізком точки A і H. В утвореному трикутнику APH кут H — прямий, бо висота піраміди PH з кожною