ДЕРЖАВНА ПІДСУМКОВА АТЕСТАЦІЯ

2011

МАТЕМАТИКА

ЗБІРНИК ЗАВДАНЬ

для державної
підсумкової атестації
з математики

9 клас

РЕКОМЕНДОВАНО МІНІСТЕРСТВОМ ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ

О.С. ІСТЕР, О.І. ГЛОБІН, О.В. КОМАРЕНКО

Збірник завдань для державної підсумкової атестації з математики

9 клас

Рекомендовано
Міністерством освіти
і науки України

ПОЯСНЮВАЛЬНА ЗАПИСКА

Посібник «Збірник завдань для державної підсумкової атестації з математики. 9 клас» призначений для проведення державної підсумкової атестації з математики в дев'ятих класах загальноосвітніх навчальних закладів. Він містить 30 варіантів атестаційної роботи, кожний з яких складається з чотирьох частин. Ці частини відрізняються за формою тестових завдань і за рівнем їх складності, відповідно до рівнів навчальних досягнень учнів з математики. Зміст усіх

Якщо учень вважає за потрібне внести зміни у відповідь

л.	геометрія	початковий або середній	інше – середнього
л.	геометрія	початковий	
л.	геометрія	середній	

ань другої частини за класами, предметами та ості наведено у таблиці 2.

Таблиця 2

овідність ння класу вчання	Предмет	Відповідність завдання рівню навчальних досягнень учнів
-9 кл.	алгебра	достатній
-9 кл.	алгебра	достатній
-9 кл.	алгебра	достатній
-9 кл.	геометрія	достатній

озв'язання кожного із завдань 2.1–2.4 оцінюються: якщо у бланку відповідей учасника уп
дповідного загальноосвітнього навчального
лювання завдань третьої і четвертої частин
, а вказує тільки номер завдання.
тестаційної роботи містить три завдання,
два. Розподіл завдань третьої та четвертої
предметами та рівнями складності наведе-
ицях 3 і 4.

Таблиця 3

	Предмет	Відповідність завдання рівню навчальних досягнень учнів	Примітка
	алгебра	достатній	Текстова задача, що розв'язується за допомогою рівняння або сис-

у основній частині бланка відповідей. Якщо учень помилився і виправив свою відповідь до якогось із завдань першої чи другої частини, то він має це зробити у спеціально відведеній для цього частині бланка. Таке виправлення не веде до втрати балів. Якщо ж виправлення зроблено в основній частині бланка відповідей, то бали за таке завдання не нараховуються.

Третя і четверта частини атестаційної роботи складаються із завдань відкритої форми з розгорнутою відповіддю. Такі завдання вважаються виконаними правильно, якщо учень навів розгорнутий запис розв'язування з обґрунтуванням кожного його етапу та дав правильну відповідь. Завдання третьої та четвертої частин атестаційної роботи учень виконує на окре-

1.10	8
1.11	9
1.12	9

Розподіл завд
рівнями складн

Номер завдання	Відп завда на
2.1	7
2.2	7
2.3	7
2.4	7

Правильне р
ється двома бал
шах зі штампом в
го закладу. Форму
учень не переписує

Третя частина
четверта частина –
частин за класами
но відповідно у таб

Номер завдання	Відповід ність завда ня класу навчанн
3.1	7–9 кл.

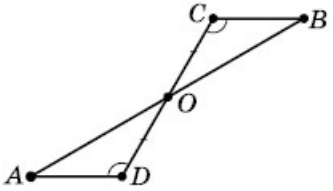
Другий корінь не задовольняє умову задачі. Отже, швидкість автобуса за розкладом 45 км/год. Час, за який мав проїхати автобус 90 км за розкладом, дорівнює $\frac{90}{45} = 2$ (год).

Відповідь. 2 год.

3.2. Складіть квадратне рівняння, к

1.8. Знайдіть перший член ариф

В) визначити неможливо;
Г) за двома сторонами і кутом між ними.

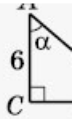


1.10. У прямокутному трикутнику з кутом α та катетами 6 см і 7 см знайдіть $\cos\alpha$ (див. рис.).

ВАРІАНТ 20

Частина перша

Завдання 1.1–1.12 мають по чотири варіанти відповідей, з яких тільки ОДНА відповідь ПРАВИЛЬНА. Оберіть правильну



1.1. А) $\frac{7}{13}$; Б) $\frac{7}{\sqrt{85}}$; В) $\frac{6}{13}$; Г) $\frac{6}{\sqrt{85}}$.

1.11. Запишіть рівняння кола з центром у точці $O(-2; 1)$ діусом, що дорівнює 4.

А) $(x-2)^2+(y+1)^2=16$; В) $(x+2)^2+(y-1)^2=16$

Б) $(x+2)^2+(y-1)^2=4$; Г) $(x-2)^2+(y-1)^2=16$

1.12. Знайдіть площу кругового сектора радіуса 5 см, ральний кут якого дорівнює 72°.

А) 10π см^2; Б) 20π см^2; В) π см^2; Г) 5π см^2.

Частина друга

Розв'яжіть завдання 2.1–2.4. Запишіть відповідь у бланк відповід

2.1. Спростіть вираз $\left(\frac{x-2y}{x^2+2xy}-\frac{x+2y}{x^2-2xy}\right):\frac{4y^2}{4y^2-x^2}$.

2.2. Знайдіть найбільше ціле значення x, при якому різн

дробів $\frac{16-3x}{\quad}$ і $\frac{3x+7}{\quad}$ є д

ДЕРЖАВНА ПІДСУМКО

АТИКА

1.10. Сторони прямокутника дорівнюють 16 см і 12 см. Знайдіть довжину діагоналі прямокутника.

А) 20 см; Б) 40 см; В) $4\sqrt{7}$ см; Г) $2\sqrt{7}$ см.

1.11. Знайдіть координати вектора, який є сумою векторів $\vec{a}$ і $\vec{b}$, якщо $\vec{a}(-2;1)$, $\vec{b}(3;-4)$.

А) $(-5;5)$; Б) $(1;-3)$; В) $(5;-5)$; Г) $(1;-5)$.

1.12. Сторони паралелограма дорівнюють 5 см і $2\sqrt{2}$ см, а один з кутів дорівнює $45°$. Знайдіть більшу діагональ паралелограма.

А) $\sqrt{13}$ см; Б) $\sqrt{33}$ см; В) $\sqrt{53}$ см; Г) $\sqrt{73}$ см.

Частина друга

Розв'яжіть завдання 2.1–2.4. Запишіть відповідь у бланк відповідей.

2.1. Виконайте додавання $3{,}2\cdot10^{-2}+2{,}1\cdot10^{-3}$. Одержане відпо-

ання $\frac{2x}{y}+\frac{y}{4}$.

$\frac{x+y^2}{4+x}$; В) $\frac{8x+y^2}{4y}$; Г) $\frac{2x+y}{4+y}$.

квадратне рівняння, корені якого дорів-

0; В) $x^2+2x-15=0$;
0; Г) $x^2-2x-15=0$.

а x та y, якщо $x-y=(-1)^5$.

$>y$; В) $x=y$; Г) $x\geqslant y$.

й член геометричної прогресії (b_n), якщо

В) $\frac{1}{4}$; Г) -4.

а $AB=84$ см. На відрізку дано точку M, що два відрізки, причому AM менший за BM ь довжину відрізка BM.

2 см; В) 56 см; Г) 63 см.

ДЕРЖ. МАТЕМАТИКА

1.5. Виконайте додав

А) $\frac{2x+y}{4y}$; Б) $\frac{8}{}$

1.6. Складіть зведен нюють 5 і -3.

А) $x^2+2x+15=$
Б) $x^2-15x+2=$

1.7. Порівняйте числ

А) $x<y$; Б) x

1.8. Знайдіть перши $S_3=52$, $q=3$.

А) 2; Б) 4

1.9. Довжина відрізк поділяє його на у 3 рази. Знайдіт

А) 28 см; Б) 4

ВАРІАНТ 28

Частина перша

Завдання 1.1–1.12 мають по чотири варіанти відповідей, з яких тільки ОДНА відповідь ПРАВИЛЬНА. Оберіть правильну, на Вашу думку, відповідь і позначте її у бланку відповідей.

1.1. Знайдіть корінь рівняння $84 - 3x = 12$.

А) 32; Б) 288; В) 24; Г) 216.

1.2. Виконайте ділення $\frac{4}{7} : \frac{1}{14}$.

А) $\frac{1}{8}$; Б) 8; В) $\frac{2}{49}$; Г) $\frac{4}{49}$.

1.3. З[illegible]

ку координат до середини від-
−1; 4).

В) $\sqrt{2}$; Г) $\sqrt{13}$.

друга

іть відповідь у бланк відповідей.

дробів $\frac{6}{1+x}$ і $\frac{x}{x-2}$ дорівнює їх-

ралельний осі абсцис і прохо-
айдіть значення k і b.

дичні дроби у вигляді звичай-
иразу $0,2(3) - 0,(15)$.

ьша діагональ дорівнює 15 см,
ва – 4 см. Знайдіть [illegible]

; Г) $(-\infty; -3] \cup [1; +\infty)$.

1.12. Знайдіть відстань від почат
різка AB, якщо $A(3; -2)$, B

А) 2; Б) 13;

Частина

Розв'яжіть завдання 2.1–2.4. Запиш

2.1. При яких значеннях x сума

ньому добутку?

2.2. Графік функції $y = kx + b$ па
дить через точку $B(3; -2)$. З

2.3. Запишіть нескінченні періо
них та обчисліть значення в

2.4. У прямокутній трапеції біл
висота – 12 см, а менша осно

Б) $(-3; 1)$

1.8. При якому значенні x функція $y = 2x^2 + 12x - 5$ набуває найменшого значення?

А) -3; Б) -5; В) 3; Г) 5.

1.9. Один з кутів, що утворився при перетині двох паралельних прямих січною, дорівнює 25°. Яким може бути один з решти семи кутів?

А) 145°; Б) 155°; В) 90°; Г) 165°.

1.10. Відрізки AB і CD перетинаються в точці O. Відомо, що ата двочле- $AO = 9$ см, OB є

напишіть вираз $a^2 - 8ab + 16b^2$ у вигляді квадрана.

А) $(a - 4b)^2$; В) $(a + 4b)^2$;

Б) $(a^2 - 16b^2)^2$; Г) $(a - 4b)(a + 4b)$.

1.4. Спростіть вираз $xy(2x - 3y) - 3y(x^2 - xy)$.

А) $5x^2y$; Б) $-x^2y - 6xy^2$; В) $-x^2y + 6xy^2$;

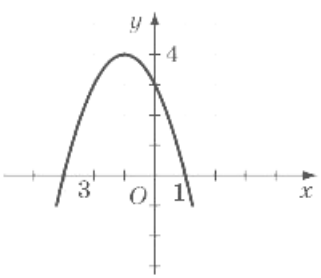
1.5. Яке з чисел подано в стандартному вигляді?

А) $1{,}7 \cdot 5^{10}$; Б) $18{,}25 \cdot 10^{10}$; В) $1{,}24 \cdot 10^{-7}$;

1.6. Піднесіть до степеня $\left(-\frac{3a^5}{4b^3}\right)^2$.

А) $-\frac{9a^{10}}{16b^6}$; Б) $\frac{9a^{10}}{16b^6}$; В) $\frac{9a^{25}}{16b^9}$;

1.7. На рисунку зображено графік функції $y = -x$ Знайдіть множину розв`язків нерівності $-x^2 -$



А) $(-\infty; -3) \cup (1; +\infty)$; В) $[-3; x_1 - x_2$ 12. Зна

$) -x^2y.$

$) 53{,}7012.$

$) \frac{6a^{10}}{8b^6}.$

$^2 - 2x + 3.$

$2x + 3 \leqslant 0.$

адіть y.

нули два гральних кубики. Знайдіть ймо- сума очок на кубиках дорівнює 9.

к меншою стороною і діагоналлю прямо- ін на 70° менший від кута між діагоналя- проти більшої сторони.

2.3. Одночасно підки вірність того, що

2.4. Знайдіть кут мі кутника, якщо в ми, який лежить

ВАРІАНТ 29

Частина перша

Завдання 1.1–1.12 мають по чотири варіанти відповіді, з яких тільки

найдіть $\angle CAO$,

Г) 50°.

ника дорівнює
ика.

Г) 10 сторін.

кутника, якщо
ща – 24 см^2.

Г) $4\sqrt{6}$ см.

анк відповідей.

$\frac{8}{16}$, якщо $a = 10$.

льняють умову

$\cdot 10^{-5}$.

нів. Яка
тон буде

чення x?

$^2 + 9 \leqslant 0$.

$AO = 9$ см, $OB = 6$ см, $CO = 3$ см, $OD = 2$ см. З
якщо $\angle DBO = 45°$.

А) 55°; Б) 40°; В) 45°;

1.11. Центральний кут правильного многокут
30°. Визначте кількість сторін многокутн

А) 12 сторін; Б) 6 сторін; В) 18 сторін;

1.12. Знайдіть бічну сторону рівнобедреного три
кут при вершині дорівнює 30°, а його пло

А) $2\sqrt{6}$ см; Б) $8\sqrt{3}$ см; В) $4\sqrt{3}$ см;

Частина друга

Розв'яжіть завдання 2.1–2.4. Запишіть відповідь у бл

2.1. Обчисліть значення виразу $\frac{a^2 + 2a + 4}{3a - 4} : \frac{a^3 -}{9a^2 -}$

2.2. Корені x_1 і x_2 рівняння $x^2 - 3x + q = 0$ задово
$2x_1 - x_2 = 12$. Знайдіть q.

А) $(x + 3)(x^2 - 6x + 9)$; В) $(x + 3)(x^2 - 3x + 9)$;
Б) $(x^2 + 9)(x + 3)$; Г) $(x + 3)(x + 3)(x + 3)$.

1.5. Спростіть вираз $\sqrt{6} - 5\sqrt{6} - 3\sqrt{6}$.

А) $-7\sqrt{6}$; Б) $-8\sqrt{6}$; В) $7\sqrt{6}$; Г) $-\sqrt{6}$.

1.6. Подайте число 0,0000125 у стандартному вигляді

А) $12{,}5 \cdot 10^{-5}$; Б) $125 \cdot 10^{-7}$; В) $125 \cdot 10^{-4}$; Г) 1,25

1.7. У ящику є 20 пронумерованих від 1 до 20 жето
ймовірність того, що навмання взятий з ящика ж
з числом, кратним 6?

А) $\frac{1}{6}$; Б) $\frac{6}{20}$; В) 1; Г) $\frac{3}{20}$.

1.8. Яка з нерівностей є правильною за будь-якого зна

А) $-(x + 1)^2 < 0$; Б) $x^2 + 9 > 0$; В) $(x + 3)^2 > 0$; Г) $-x$

ВАРІАНТ 5

Частина третя

Розв'язання завдань 3.1–3.3 повинно мати обґрунтування. У ньому потрібно записати послідовні логічні дії та пояснення, зробити посилання на математичні факти, з яких випливає те чи інше твердження. Якщо потрібно, проілюструйте розв'язання схемами, графіками, таблицями.

3.1. Чисельник звичайного нескоротного дробу на 5 менший від

3.2. Розв'яжіть систему рівнянь $\begin{cases} y = x \\ x + y = 6. \end{cases}$

3.3. Доведіть, що чотирикутник $ABCD$ з верш
$A(3; -1)$, $B(2; 3)$, $C(-2; 2)$, $D(-1; -2)$ є прямо

Частина четверта

*Розв'язання завдань 4.1ᴹ, 4.2ᴹ повинно мати обґру
потрібно записати послідовні логічні дії та пояснення, з
на математичні факти, з яких випливає те чи інше твер
трібно, проілюструйте розв'язання схемами, графіками*

4.1ᴹ. У ящику 12 білих і 18 чорних кульок. Я
того, що серед трьох навмання обраних к
лих і 1 чорна?

4.2ᴹ. Медіана CM трикутника ABC дорівнює m
ронами CA і CB кути α і β відпов

$\begin{cases} 2x - (m-2)y = 6 \end{cases}$ не має розв

4.2ᴹ. Дано вектори $\vec{a}$ і $\vec{b}$, $|\vec{a}| = 3$, $|\vec{b}| =$
рівнює 120°. Знайдіть $|4\vec{a} + 3\vec{b}$

нами в точках
кутником.

тування. У ньому
обити посилання
дження. Якщо по-
, таблицями.

ка ймовірність
льок буде 2 бі-

утворює зі сто-
язків?

, кут між векторами $\vec{a}$ і $\vec{b}$ до-

ВАРІАНТ 6

Частина третя

Розв'язання завдань 3.1–3.3 повинно мати обґрунтування. У ньому потрібно записати послідовні логічні дії та пояснення, зробити посилання на математичні факти, з яких випливає те чи інше твердження. Якщо потрібно, проілюструйте розв'язання схемами, графіками, таблицями.

3.1. З міста в село, відстань між якими 450 км, виїхали одночасно два автомобілі. Один з них мав швидкість на 10 км/год більшу, ніж інший, і тому прибув у село на 30 хв швидше. Знайдіть швидкість кожного автомобіля.

3.2. Побудуйте графік функції $y = \begin{cases} -\dfrac{8}{x}, \text{ якщо } x \leqslant -2, \\ -2x, \text{ якщо } -2 < x < 2, \\ -\dfrac{8}{x}, \text{ якщо } x \geqslant 2. \end{cases}$

Користуючись побудованим графіком, знайдіть проміжки зростання функції та найбільше значення функції.

3.3. Коло, вписане у прямокутну трапецію, ділить точкою дотику більшу бічну сторону на відрізки завдовжки 4 см і 25 см. Знайдіть площу трапеції.

Частина четверта

Розв'язання завдань 4.1^{м}, 4.2^{м} повинно мати обґрунтування. У ньому потрібно записати послідовні логічні дії та пояснення, зробити посилання на математичні факти, з яких випливає те чи інше твердження. Якщо потрібно, проілюструйте розв'язання схемами, графіками, таблицями.

4.1^{м}. Розв'яжіть рівняння $(x+1)(x-1)(x-2)(x-4) = 7$.

4.2^{м}. Доведіть, що точка перетину бісектриси кута A трикутника ABC і серединного перпендикуляра до сторони BC належить колу, описаному навколо трикутника ABC.

ВАРІАНТ 7

Частина третя

Розв'язання завдань 3.1–3.3 повинно мати обґрунтування. У ньому потрібно записати послідовні логічні дії та пояснення, зробити посилання на математичні факти, з яких випливає те чи інше твердження. Якщо потрібно, проілюструйте розв'язання схемами, графіками, таблицями.

3.1. Човен, власна швидкість якого 18 км/год, проплив 30 км за течією і 16 км проти течії, затративши на весь шлях 2,5 год. Знайдіть швидкість течії.

3.2. Обчисліть $\dfrac{1}{\sqrt{1}+\sqrt{3}}+\dfrac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{5}}+\dfrac{1}{\sqrt{5}+\sqrt{7}}+\ldots+\dfrac{1}{\sqrt{119}+\sqrt{121}}$.

3.3. Центр кола, вписаного у рівнобедрений трикутник, ділить висоту, проведену до основи, на відрізки, довжини яких дорівнюють 5 см і 13 см. Знайдіть периметр трикутника.

Частина четверта

Розв'язання задач 4.1м, 4.2м повинно мати обґрунтування. У ньому потрібно записати послідовні логічні дії та пояснення, зробити посилання на математичні факти, з яких випливає те чи інше твердження. Якщо потрібно, проілюструйте розв'язання схемами, графіками, таблицями.

4.1м. Знайдіть усі значення параметра a, при яких система $\begin{cases}|x|+|y|=2,\\ x^2+y^2=a^2\end{cases}$ має чотири розв'язки.

4.2м. Числа m_a, m_b і m_c виражають довжини медіан деякого трикутника. Доведіть, що коли виконується рівність $m_a^2+m_b^2=5m_c^2$, то трикутник є прямокутним.

ВАРІАНТ 8

Частина третя

Розв'язання завдань 3.1–3.3 повинно мати обґрунтування. У ньому потрібно записати послідовні логічні дії та пояснення, зробити посилання на математичні факти, з яких випливає те чи інше твердження. Якщо потрібно, проілюструйте розв'язання схемами, графіками, таблицями.

3.1. Два робітники повинні за планом разом виготовити 250 деталей. Перший робітник перевиконав план на 10 %, а другий – на 15 %, тому було виготовлено 280 деталей. Скільки деталей за планом повинен був виготовити кожний робітник?

3.2. Спростіть вираз $\left(\dfrac{a\sqrt{a}+b\sqrt{b}}{\sqrt{a}+\sqrt{b}}-\sqrt{ab}\right):(a-b)+\dfrac{2\sqrt{b}}{\sqrt{a}+\sqrt{b}}$.

3.3. З точки кола проведено дві перпендикулярні хорди, різниця між довжинами яких 4 см. Знайдіть ці хорди, якщо радіус кола дорівнює 10 см.

Частина четверта

Розв'язання завдань 4.1ᴹ, 4.2ᴹ повинно мати обґрунтування. У ньому потрібно записати послідовні логічні дії та пояснення, зробити посилання на математичні факти, з яких випливає те чи інше твердження. Якщо потрібно, проілюструйте розв'язання схемами, графіками, таблицями.

4.1ᴹ. Розв'яжіть рівняння $\dfrac{x}{x^2+3x+2}-\dfrac{x}{x^2+5x+2}=\dfrac{1}{24}$.

4.2ᴹ. Нехай числа h_a, h_b і h_c виражають довжини висот деякого трикутника і виконується рівність $\left(\dfrac{h_c}{h_a}\right)^2+\left(\dfrac{h_c}{h_b}\right)^2=1$. Доведіть, що трикутник є прямокутним.

ВАРІАНТ 9

Частина третя

Розв'язання завдань 3.1–3.3 повинно мати обґрунтування. У ньому потрібно записати послідовні логічні дії та пояснення, зробити посилання на математичні факти, з яких випливає те чи інше твердження. Якщо потрібно, проілюструйте розв'язання схемами, графіками, таблицями.

3.1. Автомобіль мав проїхати 1200 км із певною запланованою швидкістю. Після того як він проїхав третину шляху із цією швидкістю, автомобіль витратив на зупинку 2 год. Збільшивши швидкість на 20 км/год, автомобіль прибув у пункт призначення вчасно. Якою була швидкість автомобіля до зупинки?

3.2. Доведіть, що значення виразу

$$\left(\frac{3-a}{a^2-2a+1}-\frac{2}{1-a}\right)\left(\frac{a^2-3a}{a^3+3a^2+3a+1}+\frac{1}{a^2+2a+1}\right)$$

є додатним при всіх допустимих значеннях змінної.

3.3. Бісектриса гострого кута паралелограма ділить протилежну сторону у відношенні 3 : 4, рахуючи від вершини тупого кута. Периметр паралелограма дорівнює 80 см. Знайдіть його сторони.

Частина четверта

Розв'язання завдань 4.1^м, 4.2^м повинно мати обґрунтування. У ньому потрібно записати послідовні логічні дії та пояснення, зробити посилання на математичні факти, з яких випливає те чи інше твердження. Якщо потрібно, проілюструйте розв'язання схемами, графіками, таблицями.

4.1^м. При яких значеннях параметра a рівняння $\left|x^2-4|x|+3\right|=a$ має шість розв'язків?

4.2^м. Знайдіть площу трикутника, якщо дві його сторони дорівнюють 1 см і $\sqrt{15}$ см, а медіана, яка проведена до третьої сторони, дорівнює 2 см.

ВАРІАНТ 10

Частина третя

Розв'язання задач 3.1–3.3 повинно мати обґрунтування. У ньому потрібно записати послідовні логічні дії та пояснення, зробити посилання на математичні факти, з яких випливає те чи інше твердження. Якщо потрібно, проілюструйте розв'язання схемами, графіками, таблицями.

3.1. Катер проплив 22 км за течією річки і 36 км проти течії за час, потрібний для того, щоб проплисти 6 км на плоту. Знайдіть швидкість течії, якщо власна швидкість катера дорівнює 20 км/год.

3.2. Складіть квадратне рівняння, корені якого на три більші за відповідні корені рівняння $x^2 - 2x - 7 = 0$.

3.3. Сторони трикутника дорівнюють 3 см і 5 см, а кут між ними 120°. Знайдіть площу подібного йому трикутника, периметр якого дорівнює 30 см.

Частина четверта

Розв'язання завдань 4.1^м, 4.2^м повинно мати обґрунтування. У ньому потрібно записати послідовні логічні дії та пояснення, зробити посилання на математичні факти, з яких випливає те чи інше твердження. Якщо потрібно, проілюструйте розв'язання схемами, графіками, таблицями.

4.1^м. Доведіть, що число $\sqrt{11 - 2\sqrt{28}} - \sqrt{11 + 2\sqrt{28}}$ є цілим.

4.2^м. Знайдіть рівняння кола, описаного навколо трикутника ABC з вершинами в точках $A(2; 9)$, $B(11; 0)$, $C(-5; -4)$.

ВАРІАНТ 11

Частина третя

Розв'язання завдань 3.1–3.3 повинно мати обґрунтування. У ньому потрібно записати послідовні логічні дії та пояснення, зробити посилання на математичні факти, з яких випливає те чи інше твердження. Якщо потрібно, проілюструйте розв'язання схемами, графіками, таблицями.

3.1. Для перевезення 60 т вантажу потрібна деяка кількість машин. Оскільки на кожну машину було завантажено на 1 т більше, ніж планувалося, то дві машини виявилися непотрібними. Скільки машин було використано для перевезення?

3.2. Розв'яжіть рівняння $x^3 - 8x^2 + 8x - 1 = 0$.

3.3. Катети прямокутного трикутника відносяться як 20 : 21, а різниця між радіусами описаного та вписаного кіл дорівнює 17 см. Знайдіть гіпотенузу трикутника.

Частина четверта

Розв'язання завдань 4.1^{м}, 4.2^{м} повинно мати обґрунтування. У ньому потрібно записати послідовні логічні дії та пояснення, зробити посилання на математичні факти, з яких випливає те чи інше твердження. Якщо потрібно, проілюструйте розв'язання схемами, графіками, таблицями.

4.1^{м}. Доведіть, що для будь-якого цілого n виконується рівність $1^2 + 2^2 + 3^2 + \ldots + n^2 = \dfrac{n(n+1)(2n+1)}{6}$.

4.2^{м}. Через точку P діаметра даного кола проведено хорду AB, що утворює з діаметром кут $60°$. Знайдіть довжину кола, якщо $AP = 8$ см, $BP = 3$ см.

ВАРІАНТ 12

Частина третя

Розв'язання завдань 3.1–3.3 повинно мати обґрунтування. У ньому потрібно записати послідовні логічні дії та пояснення, зробити посилання на математичні факти, з яких випливає те чи інше твердження. Якщо потрібно, проілюструйте розв'язання схемами, графіками, таблицями.

3.1. Дано двоцифрове натуральне число, сума квадратів цифр якого дорівнює 45. Якщо до цього числа додати 27, то отримаємо число, що записане тими самими цифрами, але у зворотному порядку. Знайдіть дане число.

3.2. Знайдіть суму нескінченної геометричної прогресії (b_n), якщо $b_2 - b_4 = 3$, $b_3 - b_1 = -6$.

3.3. Кола, радіуси яких дорівнюють 4 см і 9 см, мають зовнішній дотик. До кіл проведено спільну зовнішню дотичну. Знайдіть відстань між точками дотику.

Частина четверта

Розв'язання завдань 4.1^{м}, 4.2^{м} повинно мати обґрунтування. У ньому потрібно записати послідовні логічні дії та пояснення, зробити посилання на математичні факти, з яких випливає те чи інше твердження. Якщо потрібно, проілюструйте розв'язання схемами, графіками, таблицями.

4.1^{м}. Доведіть, що для будь-яких додатних чисел a, b і c виконується нерівність

$$ab(a+b-2c)+bc(b+c-2a)+ac(a+c-2b)\geqslant 0.$$

4.2^{м}. Через точку перетину діагоналей трапеції паралельно основам проведено пряму, що перетинає бічні сторони в точках M і N. Знайдіть довжину відрізка MN, якщо основи трапеції дорівнюють 7 см і 3 см.

ВАРІАНТ 13

Частина третя

Розв'язання завдань 3.1–3.3 повинно мати обґрунтування. У ньому потрібно записати послідовні логічні дії та пояснення, зробити посилання на математичні факти, з яких випливає те чи інше твердження. Якщо потрібно, проілюструйте розв'язання схемами, графіками, таблицями.

3.1. Сплав золота зі сріблом містить 20 г золота. До цього сплаву додали 5 г срібла і 10 г золота. Отриманий сплав містить на 5 % більше срібла, ніж початковий. Скільки грамів срібла було в початковому сплаві?

3.2. Яка ймовірність того, що навмання вибране двоцифрове натуральне число кратне 4?

3.3. Точка дотику кола, вписаного у прямокутний трикутник, ділить гіпотенузу на відрізки 4 см і 6 см. Знайдіть периметр трикутника.

Частина четверта

Розв'язання завдань 4.1^{м}, 4.2^{м} повинно мати обґрунтування. У ньому потрібно записати послідовні логічні дії та пояснення, зробити посилання на математичні факти, з яких випливає те чи інше твердження. Якщо потрібно, проілюструйте розв'язання схемами, графіками, таблицями.

4.1^{м}. Розв'яжіть нерівність $|x+2|+|x-1|-|x-4|>3$.

4.2^{м}. Медіани трикутника дорівнюють 5 см, $\sqrt{73}$ см і $2\sqrt{13}$ см. Доведіть, що трикутник прямокутний.

ВАРІАНТ 14

Частина третя

Розв'язання завдань 3.1–3.3 повинно мати обґрунтування. У ньому потрібно записати послідовні логічні дії та пояснення, зробити посилання на математичні факти, з яких випливає те чи інше твердження. Якщо потрібно, проілюструйте розв'язання схемами, графіками, таблицями.

3.1. Знаменник звичайного нескоротного дробу на 3 більший від чисельника. Якщо чисельник цього дробу збільшити на 2, а знаменник – на 10, то дріб зменшиться на $\frac{2}{15}$. Знайдіть цей дріб.

3.2. Побудуйте графік функції $y = \dfrac{6x^2 - 54}{9x - x^3}$.

3.3. Периметр паралелограма дорівнює 26 см, а його діагоналі дорівнюють 7 см і 11 см. Знайдіть сторони паралелограма.

Частина четверта

Розв'язання завдань 4.1^{м}, 4.2^{м} повинно мати обґрунтування. У ньому потрібно записати послідовні логічні дії та пояснення, зробити посилання на математичні факти, з яких випливає те чи інше твердження. Якщо потрібно, проілюструйте розв'язання схемами, графіками, таблицями.

4.1^{м}. Розв'яжіть рівняння $\big||x+2| - |x-6|\big| = |x|$.

4.2^{м}. Доведіть, що в будь-якому трикутнику сума довжин медіан менша за периметр трикутника.

ВАРІАНТ 15

Частина третя

Розв'язання завдань 3.1–3.3 повинно мати обґрунтування. У ньому потрібно записати послідовні логічні дії та пояснення, зробити посилання на математичні факти, з яких випливає те чи інше твердження. Якщо потрібно, проілюструйте розв'язання схемами, графіками, таблицями.

3.1. Поїзд, затриманий на 1 год, на перегоні завдовжки 300 км ліквідував запізнення, збільшивши швидкість на 10 км/год. Знайдіть, за який час поїзд мав проїхати даний перегін із початковою швидкістю.

3.2. Знайдіть область визначення функції $y = \dfrac{3}{\sqrt{2x+4}} + \dfrac{5}{|x|-3}$.

3.3. Довжина кола, описаного навколо рівнобедреного трикутника, дорівнює 50π см. Знайдіть периметр трикутника, якщо висота, проведена до основи, дорівнює 32 см.

Частина четверта

Розв'язання завдань 4.1^{м}, 4.2^{м} повинно мати обґрунтування. У ньому потрібно записати послідовні логічні дії та пояснення, зробити посилання на математичні факти, з яких випливає те чи інше твердження. Якщо потрібно, проілюструйте розв'язання схемами, графіками, таблицями.

4.1^{м}. Розв'яжіть рівняння $x^4 - 3x^3 - 6x^2 + 12x + 16 = 0$.

4.2^{м}. Доведіть, що точка перетину діагоналей трапеції належить прямій, що проходить через середини основ трапеції.

ВАРІАНТ 16

Частина третя

Розв'язання завдань 3.1–3.3 повинно мати обґрунтування. У ньому потрібно записати послідовні логічні дії та пояснення, зробити посилання на математичні факти, з яких випливає те чи інше твердження. Якщо потрібно, проілюструйте розв'язання схемами, графіками, таблицями.

3.1. Скільки грамів 3-відсоткового і скільки грамів 8-відсоткового розчинів солі треба взяти, щоб отримати 260 г 5-відсоткового розчину солі?

3.2. Розв'яжіть рівняння $\frac{1}{x^2-2x-3}+\frac{1}{x+3}=\frac{12}{x^3+x^2-9x-9}$.

3.3. Гіпотенуза і катет прямокутного трикутника відповідно дорівнюють 5 см і 3 см. Знайдіть найбільшу сторону подібного йому трикутника, площа якого дорівнює 54 см^2.

Частина четверта

Розв'язання завдань 4.1^м, 4.2^м повинно мати обґрунтування. У ньому потрібно записати послідовні логічні дії та пояснення, зробити посилання на математичні факти, з яких випливає те чи інше твердження. Якщо потрібно, проілюструйте розв'язання схемами, графіками, таблицями.

4.1^м. Побудуйте графік рівняння $\frac{(y-x^2)(|y|-1)}{1-x^2}=0$.

4.2^м. Сторони трикутника дорівнюють 25 см, 29 см і 6 см. Визначте площі шести трикутників, на які розбивається даний трикутник його медіанами.

ВАРІАНТ 17

Частина третя

Розв'язання завдань 3.1–3.3 повинно мати обґрунтування. У ньому потрібно записати послідовні логічні дії та пояснення, зробити посилання на математичні факти, з яких випливає те чи інше твердження. Якщо потрібно, проілюструйте розв'язання схемами, графіками, таблицями.

3.1. Два автомобілі одночасно виїхали з одного міста в інше, відстань між якими 560 км. Швидкість першого на 10 км/год більша за швидкість другого, і тому він витратив на весь шлях на годину менше. Знайдіть швидкість кожного автомобіля.

3.2. Доведіть, що коли a, b, c є послідовними членами геометричної прогресії, то виконується рівність

$$(a^2 + b^2)(b^2 + c^2) = (ab + bc)^2.$$

3.3. Медіани прямокутного трикутника, проведені до катетів, дорівнюють 3 см і 4 см. Знайдіть гіпотенузу трикутника.

Частина четверта

Розв'язання завдань 4.1^{м}, 4.2^{м} повинно мати обґрунтування. У ньому потрібно записати послідовні логічні дії та пояснення, зробити посилання на математичні факти, з яких випливає те чи інше твердження. Якщо потрібно, проілюструйте розв'язання схемами, графіками, таблицями.

4.1^{м}. При яких значеннях параметра a рівняння

$$(\sqrt{x-1} - a)(4x - 5) = 0$$

має єдиний корінь?

4.2^{м}. Доведіть, що відстань від ортоцентра гострокутного трикутника до його вершини удвічі більша за відстань від центра описаного кола до сторони, яка протилежна цій вершині.

ВАРІАНТ 18

Частина третя

Розв'язання завдань 3.1–3.3 повинно мати обґрунтування. У ньому потрібно записати послідовні логічні дії та пояснення, зробити посилання на математичні факти, з яких випливає те чи інше твердження. Якщо потрібно, проілюструйте розв'язання схемами, графіками, таблицями.

3.1. Власна швидкість човна 18 км/год. Шлях 20 км за течією річки човен пропливає на 15 хв швидше, ніж проти течії. Знайдіть швидкість течії річки.

3.2. Знайдіть значення виразу $\sqrt{\left(\frac{1+\sqrt{2}}{1-\sqrt{2}}\right)^2+2+\left(\frac{1-\sqrt{2}}{1+\sqrt{2}}\right)^2}$.

3.3. Основи прямокутної трапеції дорівнюють 9 см і 5 см, а діагональ ділить навпіл її гострий кут. Знайдіть площу трапеції.

Частина четверта

Розв'язання завдань 4.1^{м}, 4.2^{м} повинно мати обґрунтування. У ньому потрібно записати послідовні логічні дії та пояснення, зробити посилання на математичні факти, з яких випливає те чи інше твердження. Якщо потрібно, проілюструйте розв'язання схемами, графіками, таблицями.

4.1^{м}. Розв'яжіть рівняння $x^2+\frac{x^2}{(2x+1)^2}=2$.

4.2^{м}. Доведіть, що сума квадратів двох сторін трикутника дорівнює подвоєній сумі квадратів половини третьої сторони і медіани, проведеної до цієї сторони.

ВАРІАНТ 19

Частина третя

Розв'язання завдань 3.1–3.3 повинно мати обґрунтування. У ньому потрібно записати послідовні логічні дії та пояснення, зробити посилання на математичні факти, з яких випливає те чи інше твердження. Якщо потрібно, проілюструйте розв'язання схемами, графіками, таблицями.

3.1. Дві бригади повинні виготовити по 450 деталей, причому перша виготовляє за годину на 5 деталей більше, ніж друга. Тому друга бригада виконала завдання на 1 год пізніше, ніж перша. Скільки деталей щогодини виготовляла кожна бригада?

3.2. У коробці 10 білих і кілька чорних кульок. Скільки може бути чорних кульок у коробці, якщо ймовірність того, що навмання вибрана кулька чорна, більша за 0,4, але менша за 0,5?

3.3. У рівнобедреному трикутнику основа дорівнює 5 см, а бічна сторона – 20 см. Знайдіть бісектрису кута при основі трикутника.

Частина четверта

Розв'язання завдань 4.1^{м}, 4.2^{м} повинно мати обґрунтування. У ньому потрібно записати послідовні логічні дії та пояснення, зробити посилання на математичні факти, з яких випливає те чи інше твердження. Якщо потрібно, проілюструйте розв'язання схемами, графіками, таблицями.

4.1^{м}. Розкладіть на множники першого степеня многочлен $x^3 - x^2 - 15x - 9$.

4.2^{м}. Сторони паралелограма дорівнюють a і b, а діагоналі d_1 і d_2. Відомо, що $a^4 + b^4 = d_1^2 d_2^2$. Доведіть, що гострий кут паралелограма дорівнює $45°$.

ВАРІАНТ 20

Частина третя

Розв'язання завдань 3.1–3.3 повинно мати обґрунтування. У ньому потрібно записати послідовні логічні дії та пояснення, зробити посилання на математичні факти, з яких випливає те чи інше твердження. Якщо потрібно, проілюструйте розв'язання схемами, графіками, таблицями.

3.1. З двох пунктів, відстань між якими 20 км, вийшли одночасно назустріч один одному два туристи і зустрілися через 2 год. Визначте, з якою швидкістю йшов кожний турист, якщо одному на подолання всього шляху знадобилося на 1 год 40 хв більше, ніж іншому.

3.2. Знайдіть найменше значення виразу $x^2 + y^2 + 2x - 4y$.

3.3. Хорда, довжина якої 12 см, перпендикулярна до діаметра кола і ділить його на два відрізки, різниця яких дорівнює 9 см. Знайдіть довжину кола.

Частина четверта

Розв'язання завдань 4.1^{м}, 4.2^{м} повинно мати обґрунтування. У ньому потрібно записати послідовні логічні дії та пояснення, зробити посилання на математичні факти, з яких випливає те чи інше твердження. Якщо потрібно, проілюструйте розв'язання схемами, графіками, таблицями.

4.1^{м}. Відомо, що x_1 і x_2 – корені рівняння $2x^2 - 8x + 3 = 0$. Знайдіть значення виразу $|x_1 - x_2|$.

4.2^{м}. У трикутнику ABC проведено медіани BE і CF; точка M – точка перетину медіан. Доведіть, що площі трикутника BMC і чотирикутника $AEMF$ рівні.

ВАРІАНТ 21

Частина третя

Розв'язання завдань 3.1–3.3 повинно мати обґрунтування. У ньому потрібно записати послідовні логічні дії та пояснення, зробити посилання на математичні факти, з яких випливає те чи інше твердження. Якщо потрібно, проілюструйте розв'язання схемами, графіками, таблицями.

3.1. З міста A в місто B виїхав велосипедист. Через 3 год у тому самому напрямі з міста A виїхав мотоцикліст і прибув у місто B одночасно з велосипедистом. Знайдіть швидкість велосипедиста, якщо вона менша за швидкість мотоцикліста на 45 км/год, а відстань між містами дорівнює 60 км.

3.2. Побудуйте графік функції $y = \dfrac{x^2 + 6x + 8}{x + 2} - \dfrac{2x - x^2}{x}$.

3.3. Знайдіть площу трапеції, основи якої дорівнюють 10 см і 14 см, а бічні сторони – 13 см і 15 см.

Частина четверта

Розв'язання завдань 4.1^м, 4.2^м повинно мати обґрунтування. У ньому потрібно записати послідовні логічні дії та пояснення, зробити посилання на математичні факти, з яких випливає те чи інше твердження. Якщо потрібно, проілюструйте розв'язання схемами, графіками, таблицями.

4.1^м. Розв'яжіть систему рівнянь $\begin{cases} x + y + \sqrt{xy} = 13, \\ x^2 + xy + y^2 = 91. \end{cases}$

4.2^м. Знайдіть рівняння кола з центром у точці $O(1; -2)$, яке дотикається до прямої $3x - 4y + 9 = 0$.

ВАРІАНТ 22

Частина третя

Розв'язання завдань 3.1–3.3 повинно мати обґрунтування. У ньому потрібно записати послідовні логічні дії та пояснення, зробити посилання на математичні факти, з яких випливає те чи інше твердження. Якщо потрібно, проілюструйте розв'язання схемами, графіками, таблицями.

3.1. Через одну трубу можна наповнити басейн на 3 год швидше, ніж через другу спорожнити цей басейн. Якщо одночасно відкрити обидві труби, то басейн наповниться за 36 год. За скільки годин перша труба може наповнити, а друга – спорожнити басейн?

3.2. Побудуйте графік функції $y = x^2 - 4|x| + 3$. Використовуючи побудований графік, укажіть найменше значення функції.

3.3. Доведіть, що чотирикутник $ABCD$ з вершинами в точках $A(0; 6)$, $B(5; 7)$, $C(4; 2)$ і $D(-1; 1)$ є ромбом.

Частина четверта

Розв'язання завдань 4.1^{м}, 4.2^{м} повинно мати обґрунтування. У ньому потрібно записати послідовні логічні дії та пояснення, зробити посилання на математичні факти, з яких випливає те чи інше твердження. Якщо потрібно, проілюструйте розв'язання схемами, графіками, таблицями.

4.1^{м}. Розв'яжіть систему рівнянь $\begin{cases} x^3 + y^3 = 19, \\ (xy + 8)(x + y) = 2. \end{cases}$

4.2^{м}. У рівнобедреному трикутнику кут при основі дорівнює $72°$, а бісектриса цього кута має довжину l. Знайдіть довжини сторін трикутника.

ВАРІАНТ 23

Частина третя

Розв'язання завдань 3.1–3.3 повинно мати обґрунтування. У ньому потрібно записати послідовні логічні дії та пояснення, зробити посилання на математичні факти, з яких випливає те чи інше твердження. Якщо потрібно, проілюструйте розв'язання схемами, графіками, таблицями.

3.1. Катер проплив 40 км за течією річки і 16 км проти течії, витративши на весь шлях 3 год. Яка власна швидкість катера, якщо швидкість течії 2 км/год?

3.2. Відомо, що для будь-якого натурального n сума S_n членів деякої арифметичної прогресії виражається формулою $S_n = 2n^2 + n$. Знайдіть перший член прогресії та її різницю.

3.3. У прямокутну трапецію вписано коло. Точка дотику ділить більшу бічну сторону на відрізки 8 см і 18 см. Знайдіть периметр трапеції.

Частина четверта

Розв'язання завдань 4.1^{м}, 4.2^{м} повинно мати обґрунтування. У ньому потрібно записати послідовні логічні дії та пояснення, зробити посилання на математичні факти, з яких випливає те чи інше твердження. Якщо потрібно, проілюструйте розв'язання схемами, графіками, таблицями.

4.1^{м}. Доведіть, що для будь-яких додатних чисел a і b виконується нерівність $(a^2 + b)\left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b^2}\right) \geqslant 4\sqrt{\frac{a}{b}}$.

4.2^{м}. Периметр прямокутного трикутника дорівнює 120 см. Знайдіть його сторони, якщо висота, проведена до гіпотенузи, дорівнює 24 см.

ВАРІАНТ 24

Частина третя

Розв'язання завдань 3.1–3.3 повинно мати обґрунтування. У ньому потрібно записати послідовні логічні дії та пояснення, зробити посилання на математичні факти, з яких випливає те чи інше твердження. Якщо потрібно, проілюструйте розв'язання схемами, графіками, таблицями.

3.1. На склад завезли апельсинів на 100 кг більше, ніж бананів. Після того як продали 80 % апельсинів і 30 % бананів, на складі апельсинів залишилося на 105 кг менше, ніж бананів. Скільки кілограмів апельсинів і скільки кілограмів бананів завезли на склад?

3.2. Обчисліть $(2^2 + 4^2 + 6^2 + \ldots + 100^2) - (1^2 + 3^2 + 5^2 + \ldots + 99^2)$.

3.3. Точка перетину бісектрис гострих кутів при основі трапеції належить її другій основі. Знайдіть площу трапеції, якщо її бічні сторони дорівнюють 10 см і 17 см, а висота – 8 см.

Частина четверта

Розв'язання завдань 4.1^{м}, 4.2^{м} повинно мати обґрунтування. У ньому потрібно записати послідовні логічні дії та пояснення, зробити посилання на математичні факти, з яких випливає те чи інше твердження. Якщо потрібно, проілюструйте розв'язання схемами, графіками, таблицями.

4.1^{м}. При яких значеннях параметра a обидва корені рівняння $4x^2 - (3a+1)x - a - 2 = 0$ належать проміжку $[-1; 2)$?

4.2^{м}. Діагоналі трапеції розбивають її на чотири трикутники. Площі трикутників, які прилягають до основ трапеції, дорівнюють n^2 і k^2. Доведіть, що площа трапеції дорівнює $(n+k)^2$.

ВАРІАНТ 25

Частина третя

Розв'язання завдань 3.1–3.3 повинно мати обґрунтування. У ньому потрібно записати послідовні логічні дії та пояснення, зробити посилання на математичні факти, з яких випливає те чи інше твердження. Якщо потрібно, проілюструйте розв'язання схемами, графіками, таблицями.

3.1. Два робітники, працюючи разом, можуть виконати завдання за 4 год. За скільки годин може виконати завдання кожен робітник, працюючи самостійно, якщо один з них може це зробити на 6 год швидше, ніж інший?

3.2. Обчисліть значення виразу

$$\sqrt{\frac{(\sqrt{a}-1)(a\sqrt{a}-1)}{a+\sqrt{a}+1}}+\sqrt{a}, \text{ якщо } a=0{,}97.$$

3.3. У колі по один бік від центра проведено дві паралельні хорди, довжини яких 24 см і 32 см, а відстань між ними 4 см. Знайдіть радіус кола.

Частина четверта

Розв'язання завдань 4.1^{м}, 4.2^{м} повинно мати обґрунтування. У ньому потрібно записати послідовні логічні дії та пояснення, зробити посилання на математичні факти, з яких випливає те чи інше твердження. Якщо потрібно, проілюструйте розв'язання схемами, графіками, таблицями.

4.1^{м}. Доведіть, що для будь-якого натурального n значення виразу $\frac{n^3}{6}+\frac{n^2}{2}+\frac{n}{3}$ є натуральним числом.

4.2^{м}. Сторона трикутника дорівнює 15 см, а сума двох інших сторін – 27 см. Знайдіть косинус кута, протилежного даній стороні, якщо радіус кола, вписаного у трикутник, дорівнює 4 см.

ВАРІАНТ 26

Частина третя

Розв'язання задач 3.1–3.3 повинно мати обґрунтування. У ньому потрібно записати послідовні логічні дії та пояснення, зробити посилання на математичні факти, з яких випливає те чи інше твердження. Якщо потрібно, проілюструйте розв'язання схемами, графіками, таблицями.

3.1. О дев'ятій ранку від пристані відчалив пліт, а о вісімнадцятій – човен, який наздогнав пліт на відстані 20 км від пристані. О котрій годині човен наздогнав пліт, якщо швидкість човна дорівнює 18 км/год?

3.2. Розв'яжіть систему нерівностей $\begin{cases} x^2 + x - 6 \geqslant 0, \\ x(x-1) - (x+1)^2 \leqslant 8. \end{cases}$

3.3. У трикутнику одна зі сторін дорівнює 29 см, а інша ділиться точкою дотику вписаного в нього кола на відрізки 24 см і 1 см, починаючи від кінця першої сторони. Знайдіть площу трикутника.

Частина четверта

Розв'язання завдань 4.1^{м}, 4.2^{м} повинно мати обґрунтування. У ньому потрібно записати послідовні логічні дії та пояснення, зробити посилання на математичні факти, з яких випливає те чи інше твердження. Якщо потрібно, проілюструйте розв'язання схемами, графіками, таблицями.

4.1^{м}. Розв'яжіть систему рівнянь $\begin{cases} 3x^2 + 2y^2 - 4xy = 17, \\ y^2 - x^2 = 16. \end{cases}$

4.2^{м}. Дві сторони трикутника дорівнюють 6 см і 8 см. Медіани, проведені до цих сторін, взаємно перпендикулярні. Знайдіть третю сторону трикутника.

ВАРІАНТ 27

Частина третя

Розв'язання задач 3.1–3.3 повинно мати обґрунтування. У ньому потрібно записати послідовні логічні дії та пояснення, зробити посилання на математичні факти, з яких випливає те чи інше твердження. Якщо потрібно, проілюструйте розв'язання схемами, графіками, таблицями.

3.1. Слюсар може виконати замовлення за той самий час, що й два працюючих разом учні. За скільки годин може виконати замовлення слюсар і за скільки кожен з учнів, якщо слюсар може виконати замовлення на 4 год швидше, ніж перший учень, і на 9 год швидше, ніж другий?

3.2. Знайдіть область значень функції $y = \sqrt{4 - x^2} + 1$.

3.3. Відстані від центра кола, вписаного у рівнобічну трапецію, до кінців бічної сторони дорівнюють 6 см і 8 см. Знайдіть довжину вписаного кола.

Частина четверта

Розв'язання завдань 4.1^{м}, 4.2^{м} повинно мати обґрунтування. У ньому потрібно записати послідовні логічні дії та пояснення, зробити посилання на математичні факти, з яких випливає те чи інше твердження. Якщо потрібно, проілюструйте розв'язання схемами, графіками, таблицями.

4.1^{м}. Розв'яжіть нерівність $|x - 2| + |x - 3| \geqslant |x - 4|$.

4.2^{м}. Усередині рівностороннього трикутника позначено довільну точку M, що знаходиться на відстанях b, c і d від сторін трикутника. Доведіть, що висота трикутника дорівнює $b + c + d$.

ВАРІАНТ 28

Частина третя

Розв'язання завдань 3.1–3.3 повинно мати обґрунтування. У ньому потрібно записати послідовні логічні дії та пояснення, зробити посилання на математичні факти, з яких випливає те чи інше твердження. Якщо потрібно, проілюструйте розв'язання схемами, графіками, таблицями.

3.1. Човен за 5 год руху за течією і 2 год руху озером долає 123 км. За 5 год руху за течією човен долає відстань у 3 рази більшу, ніж за 2 год руху проти течії. Знайдіть власну швидкість човна і швидкість течії.

3.2. Доведіть, що для всіх дійсних значень a виконується нерівність $(a-2)^2 - 5 > 2(a-6)$.

3.3. У паралелограмі гострий кут дорівнює $60°$, а діагональ ділить тупий кут у відношенні $3:1$. Обчисліть периметр паралелограма, якщо його менша діагональ дорівнює $4\sqrt{3}$ см.

Частина четверта

Розв'язання завдань 4.1^{м}, 4.2^{м} повинно мати обґрунтування. У ньому потрібно записати послідовні логічні дії та пояснення, зробити посилання на математичні факти, з яких випливає те чи інше твердження. Якщо потрібно, проілюструйте розв'язання схемами, графіками, таблицями.

4.1^{м}. Побудуйте графік рівняння $|x-y| + |x+y| = 2$.

4.2^{м}. Довжини двох сторін гострокутного трикутника дорівнюють $\sqrt{13}$ см і $\sqrt{10}$ см. Знайдіть довжину третьої сторони, якщо вона дорівнює проведеній до неї висоті.

ВАРІАНТ 29

Частина третя

Розв'язання завдань 3.1–3.3 повинно мати обґрунтування. У ньому потрібно записати послідовні логічні дії та пояснення, зробити посилання на математичні факти, з яких випливає те чи інше твердження. Якщо потрібно, проілюструйте розв'язання схемами, графіками, таблицями.

3.1. Сплав міді і цинку, що містить 2 кг міді, сплавили з 6 кг міді. Отримали сплав, у якому відсоток міді на 30 % більший, ніж у попередньому. Якою була маса початкового сплаву?

3.2. Знайдіть найменший за модулем член арифметичної прогресії $-15{,}1;\ -14{,}4\ldots$

3.3. Бісектриса прямого кута прямокутного трикутника ділить гіпотенузу на відрізки 15 см і 20 см. Знайдіть радіус кола, вписаного у трикутник.

Частина четверта

Розв'язання завдань 4.1^{м}, 4.2^{м} повинно мати обґрунтування. У ньому потрібно записати послідовні логічні дії та пояснення, зробити посилання на математичні факти, з яких випливає те чи інше твердження. Якщо потрібно, проілюструйте розв'язання схемами, графіками, таблицями.

4.1^{м}. Доведіть, що для будь-якого натурального n значення виразу $4^n + 15n - 1$ кратне 9.

4.2^{м}. Дано коло $(x-1)^2 + (y+3)^2 = 4$. Знайдіть рівняння кола, центром якого є точка $Q(-2;\ 1)$, яке дотикається до даного кола.

ВАРІАНТ 30

Частина третя

Розв'язання задач 3.1–3.3 повинно мати обґрунтування. У ньому потрібно записати послідовні логічні дії та пояснення, зробити посилання на математичні факти, з яких випливає те чи інше твердження. Якщо потрібно, проілюструйте розв'язання схемами, графіками, таблицями.

3.1. Турист проплив моторним човном проти течії річки 18 км, а повернувся назад на плоту. Човном турист плив на 4,5 год менше, ніж плотом. Знайдіть швидкість течії, якщо швидкість човна у стоячій воді 15 км/год.

3.2. Розв'яжіть систему рівнянь $\begin{cases} 3xy + y = 7, \\ 3xy - x = 4. \end{cases}$

3.3. Основи трапеції дорівнюють 2 см і 18 см, а діагоналі – 15 см і 7 см. Знайдіть площу трапеції.

Частина четверта

Розв'язання завдань 4.1^{м}, 4.2^{м} повинно мати обґрунтування. У ньому потрібно записати послідовні логічні дії та пояснення, зробити посилання на математичні факти, з яких випливає те чи інше твердження. Якщо потрібно, проілюструйте розв'язання схемами, графіками, таблицями.

4.1^{м}. Розв'яжіть нерівність $\left|\dfrac{x-4}{x-2}\right|(x^2 + x - 12) \leqslant 0.$

4.2^{м}. Нехай h_a, h_b, h_c – висоти трикутника, r – радіус кола, вписаного у трикутник. Доведіть, що $\dfrac{1}{h_a} + \dfrac{1}{h_b} + \dfrac{1}{h_c} = \dfrac{1}{r}$.

РОБОТА
на державну підсумкову атестацію

з_____
назва предмета

За курс основної школи

учня (учениці) _____ класу

_____
назва навчального закладу

_____
прізвище, ім'я, по батькові у родовому відмінку

Варіант №_____

Увага! Відмічайте до кожного завдання тільки один варіант відповіді. Будь-які виправлення у бланку недопустимі.

Якщо ви вирішили змінити відповідь у деяких завданнях, то правильну відповідь можна зазначити в спеціально відведеному місці, розташованому внизу бланка відповідей.

У завданнях 1.1—1.12 правильну відповідь позначайте тільки так: ☒

	А	Б	В	Г		А	Б	В	Г		А	Б	В	Г
1.1	☐	☐	☐	☐	1.5	☐	☐	☐	☐	1.9	☐	☐	☐	☐
1.2	☐	☐	☐	☐	1.6	☐	☐	☐	☐	1.10	☐	☐	☐	☐
1.3	☐	☐	☐	☐	1.7	☐	☐	☐	☐	1.11	☐	☐	☐	☐
1.4	☐	☐	☐	☐	1.8	☐	☐	☐	☐	1.12	☐	☐	☐	☐

У завданнях 2.1–2.4 упишіть відповідь.

2.1		2.3	
2.2		2.4	

Щоб виправити відповідь до завдання, запишіть його номер у спеціально відведеній клітинці, а правильну, на вашу думку, відповідь — у відповідному місці.

Завдання 1.1–1.12

	А	Б	В	Г
1.☐	☐	☐	☐	☐
1.☐	☐	☐	☐	☐
1.☐	☐	☐	☐	☐
1.☐	☐	☐	☐	☐

Завдання 2.1–2.4

Номер завдання	Виправлена відповідь
2.☐	
2.☐	