88. Позначте

а) $|\cos x| \geq$

89. Виходячи

$\sin 170° \cdot c$

90. Знайдіть

а) $y = \frac{x - \tau}{3x \cdot 2} + \pi k, k \in Z$, а котангенс — для кутів $\pi k, k \in Z$. Тому:

91. Доведіть,

парною.

92. Розв'яжіть

93*. Два автом

розташова

приїхав у

Коли ж др

лишалося

швидкість

83. а) $\sin 28° 4$

г) $2\cos 37°$

Позначте на од

84. а) $\sin\alpha >$

85. а) $\sin\alpha \leq$

86. Використо

жину точо

87. Використо

жину точо

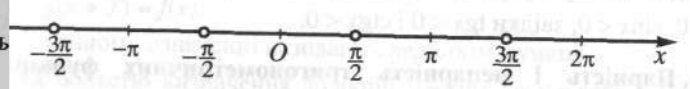
§ 4. Властивості тригонометричних функцій, які випливають з їхніх означень

ласть визначення. Синус та косинус визначені для довільного ута в x радіанів). Тому *областю визначення функцій* $y = \sin x$ *та множина всіх дійсних чисел*. Це можна записати так:

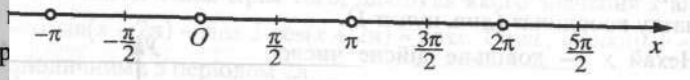
$x) = (-\infty; +\infty)$, $D(\cos x) = (-\infty; +\infty)$ або $D(\sin x) = R$, $D(\cos x) = R$.

ередньому параграфі ми встановили, що тангенс не визначений

ю визначення функції $y = \mathrm{tg}x$ *є множина всіх дійсних чисел, крім* $k \in Z$;



ю визначення функції $y = \mathrm{ctg}x$ *є множина всіх дійсних чисел, крім*



асть значень. Синус і косинус числа x є відповідно ординатою очки P_x одиничного кола (рис. 31). Оскільки і ординати, і абсци- ого кола набувають усіх значень від –1 до 1, то *областю значень* $\sin x$ *та* $y = \cos x$ *є проміжок* [–1; 1], тобто

$$E(\sin x) = [-1; 1], \ E(\cos x) = [-1; 1].$$

ка. На рисунку 31 вісь абсцис позначена кільки буква x, якою традиційно позна- ь, вже використана для позначення кута Надалі, ілюструючи значення тригоно- ункцій аргументу x за допомогою оди- ла, вісь абсцис теж позначатимемо

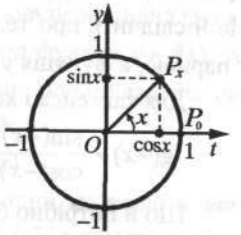
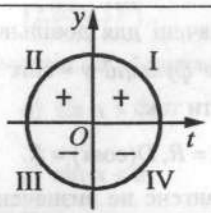
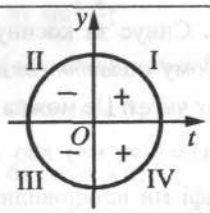
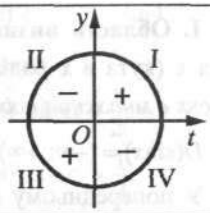


Рис. 31

ю значень функцій $y = \mathrm{tg}x$ *та* $y = \mathrm{ctg}x$ *є множина всіх дійсних* $= R$, $E(\mathrm{ctg}x) = R$. Це випливає з геометричного тлумачення зна- кцій на лініях тангенсів і котангенсів.

3. Знаки тригонометричних функцій. Знаки тригонометричних функцій у кожній із чвертей показані в таблиці.

		
Знаки синуса	Знаки косинуса	Знаки тангенса і котангенса

Наприклад, якщо x — кут IV чверті, то точка P_x одиничного кола, що відповідає цьому куту, має додатну абсцису і від'ємну ординату. Тому $\cos x > 0$, $\sin x < 0$, звідки $\operatorname{tg} x < 0$ і $\operatorname{ctg} x < 0$.

4. Парність і непарність тригонометричних функцій. *Функції $y = \sin x$, $y = \operatorname{tg} x$, $y = \operatorname{ctg} x$ є непарними, а функція $y = \cos x$ — парною.*

Справді, область визначення кожної із цих функцій симетрична відносно початку координат (див. пункт 1).

Нехай x — довільне дійсне число. Точки P_x і P_{-x} одиничного кола симетричні відносно осі t (рис. 32) і мають координати $P_x(\cos x; \sin x)$, $P_{-x}(\cos(-x); \sin(-x))$. Оскільки точки, які симетричні відносно осі t, мають рівні абсциси і протилежні ординати, то $\cos(-x) = \cos x$; $\sin(-x) = -\sin x$. Це й свідчить про те, що функція $y = \cos x$ є парною, а функція $y = \sin x$ — непарною.

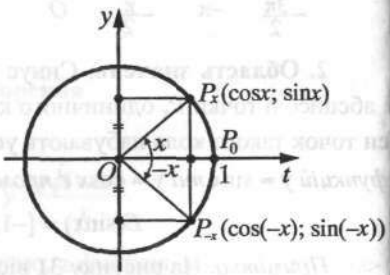


Рис. 32

Для тангенса і котангенса за допустимих значень x матимемо:

$$\operatorname{tg}(-x) = \frac{\sin(-x)}{\cos(-x)} = \frac{-\sin x}{\cos x} = -\operatorname{tg} x;\ \operatorname{ctg}(-x) = \frac{\cos(-x)}{\sin(-x)} = \frac{\cos x}{-\sin x} = -\operatorname{ctg} x.$$

Що й потрібно було довести.

5. Періодичність тригонометричних функцій. Точки одиничного кола, які відповідають кутам x і $x + 2\pi k$ ($k \in Z$), збігаються. Тому значення будь-якої тригонометричної функції для кутів x і $x + 2\pi k$ ($k \in Z$) дорівнюють одне одному:

$$\sin(x + 2\pi k) = \sin x; \qquad \cos(x + 2\pi k) = \cos x;$$
$$\operatorname{tg}(x + 2\pi k) = \operatorname{tg} x; \qquad \operatorname{ctg}(x + 2\pi k) = \operatorname{ctg} x \ (k \in Z). \tag{1}$$

(У рівностях для тангенса і котангенса беруться лише допустимі значення x.)

Зокрема, якщо взяти $k = 1$, то одержимо:

$$\sin(x + 2\pi) = \sin x; \quad \cos(x + 2\pi) = \cos x; \quad \operatorname{tg}(x + 2\pi) = \operatorname{tg} x; \quad \operatorname{ctg}(x + 2\pi) = \operatorname{ctg} x.$$

Отже, кожна тригонометрична функція не змінює свого значення, якщо до аргументу додати число 2π. Функції, які мають подібну властивість, називають *періодичними*.

Означення **Функцію $y = f(x)$ називають періодичною, якщо існує таке відмінне від нуля число T, що для будь-якого числа x з області визначення функції числа $x + T$ і $x - T$ теж належать цій області визначення і виконується рівність $f(x + T) = f(x)$.**

Число T в даному означенні називають *періодом* функції.

Оскільки областю визначення функцій $y = \sin x$ та $y = \cos x$ є множина всіх дійсних чисел, то для будь-якого значення x числа $x + 2\pi$ та $x - 2\pi$ теж належать області визначення. Крім того, для будь-якого значення x виконуються рівності $\sin(x + 2\pi) = \sin x$ і $\cos(x + 2\pi) = \cos x$. Отже, функції $y = \sin x$ і $y = \cos x$ є періодичними з періодом 2π.

Функції $y = \operatorname{tg} x$ і $y = \operatorname{ctg} x$ теж є періодичними і число 2π є їхнім періодом. Це випливає з того, що коли число x належить області визначення тангенса (котангенса), то й числа $x + 2\pi$ та $x - 2\pi$ також належать цій області визначення і виконуються рівності $\operatorname{tg}(x + 2\pi) = \operatorname{tg} x$, $\operatorname{ctg}(x + 2\pi) = \operatorname{ctg} x$.

З рівностей (1) випливає, що періодом кожної тригонометричної функції є будь-яке число виду $2\pi k$, де $k \in Z$, $k \neq 0$. Взагалі, кожна періодична функція має нескінченну кількість періодів: якщо T — період функції $y = f(x)$, то довільне число виду kT, де $k \in Z$, $k \neq 0$, теж є її періодом. Наприклад, те, що періодом функції є число $2T$, випливає з таких рівностей:

$$f(x + 2T) = f((x + T) + T) = f(x + T) = f(x).$$

Найменше додатне число, яке є періодом даної функції, називають *найменшим додатним періодом*, або *основним періодом* функції і позначають T_0.

Теорема **Основний період функцій $y = \sin x$ і $y = \cos x$ дорівнює 2π, а основний період функцій $y = \operatorname{tg} x$ і $y = \operatorname{ctg} x$ дорівнює π.**

Доведення. Покажемо, що основний період функції $y = \sin x$ дорівнює 2π. Нехай T — довільний період цієї функції. Тоді для будь-якого значення x виконується рівність: $\sin(x + T) = \sin x$. Для значення $x = \frac{\pi}{2}$ матимемо: $\sin\left(\frac{\pi}{2} + T\right) = \sin\frac{\pi}{2}$, звідки $\sin\left(\frac{\pi}{2} + T\right) = 1$. Оскільки значення синуса дорівнюють 1 лише для кутів $\frac{\pi}{2} + 2\pi k$, де $k \in Z$, то: $\frac{\pi}{2} + T = \frac{\pi}{2} + 2\pi k$; $T = 2\pi k$. Отже, періодами синуса можуть бути лише числа виду $2\pi k$, де $k \in Z$. Найменшим додатним серед них є число 2π, яке, як ми знаємо, справді є періодом синуса. Тому $T_0 = 2\pi$ — основний період функції $y = \sin x$.

Те, що основний період функції $y = \cos x$ дорівнює 2π, доводиться аналогічно.

Покажемо, що основний період функції $y = \mathrm{tg}\,x$ дорівнює π. Нехай T — довільний період тангенса. Тоді для будь-якого допустимого значення x виконується рівність: $\mathrm{tg}(x + T) = \mathrm{tg}\,x$. Для значення $x = 0$ матимемо: $\mathrm{tg}\,T = \mathrm{tg}\,0$, звідки $\mathrm{tg}\,T = 0$. Оскільки значення тангенса дорівнюють 0 лише для кутів πk, то $T = \pi k$, де $k \in Z$. Отже, якщо число T є періодом тангенса, то воно має бути числом виду πk, де $k \in Z$. Найменшим додатним числом серед чисел такого виду є число π. Щоб показати, що воно є періодом тангенса, зауважимо, що точки $P_{x+\pi}$ і P_x одиничного кола симетричні відносно початку координат, тому мають протилежні координати: $\cos(x + \pi) = -\cos x$; $\sin(x + \pi) = -\sin x$. Тоді:

$$\mathrm{tg}(x+\pi) = \frac{\sin(x+\pi)}{\cos(x+\pi)} = \frac{-\sin x}{-\cos x} = \mathrm{tg}\,x.$$

Отже, основним періодом функції $y = \mathrm{tg}\,x$ справді є число $T_0 = \pi$.

Те, що основний період функції $y = \mathrm{ctg}\,x$ дорівнює π, доводиться аналогічно. ●

Зауваження. Доводячи, що основний період синуса дорівнює 2π, ми в рівності $\sin(x + T) = \sin x$ аргументу x надали значення $x = \frac{\pi}{2}$. Чому саме цього значення? Річ у тім, що $\sin\frac{\pi}{2} = 1$, а значення 1 синус набуває лише для кутів $\frac{\pi}{2} + 2\pi k$, $k \in Z$, які відрізняються один від одного щонайменше на 2π. Це суттєво в подальшому доведенні. Таку ж властивість мають ще кути, синус яких дорівнює -1. Тому, доводячи теорему

замість значення $x = \frac{\pi}{2}$ можна було б узяти будь-яке інше значення x, для якого $\sin x = 1$ або $\sin x = -1$.

Для побудови графіка періодичної функції з основним періодом T_0 досить побудувати частину її графіка на проміжку завдовжки T_0, а потім здійснити паралельні перенесення цієї частини вздовж осі x на $\pm T_0$, $\pm 2T_0$, $\pm 3T_0$ і т. д. (див. рис. 33).

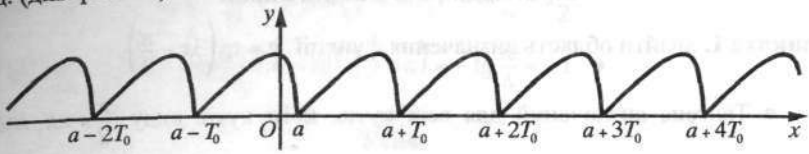


Рис. 33

Для тих, хто хоче знати більше

Періодична функція може й не мати основного періоду. Наприклад, лінійна функція $y = 0 \cdot x + 2$, тобто функція $y = 2$, є періодичною і її періодом є будь-яке дійсне число, крім 0. Найменшого ж додатного періоду ця функція не має, оскільки серед додатних чисел не існує найменшого числа.

Розглянемо ще один приклад періодичної функції. Для цього спочатку дамо кілька означень.

Цілою частиною числа x називають найбільше ціле число, яке не перевищує x, і позначають $[x]$. Наприклад, $[1{,}25] = 1$, $[-1{,}25] = -2$, $[12] = 12$. Якщо x — ціле число, то $[x] = x$.

Дробовою частиною числа x називають різницю цього числа і його цілої частини і позначають $\{x\}$. Отже, $\{x\} = x - [x]$. Наприклад,

$\{0{,}3\} = 0{,}3 - [0{,}3] = 0{,}3 - 0 = 0{,}3$;

$\{1{,}3\} = 1{,}3 - [1{,}3] = 1{,}3 - 1 = 0{,}3$;

$\{-0{,}7\} = -0{,}7 - [-0{,}7] = -0{,}7 - (-1) = 0{,}3$;

$\{-1{,}7\} = -1{,}7 - [-1{,}7] = -1{,}7 - (-2) = 0{,}3$.

Отже, $\{0{,}3\} = \{1{,}3\} = \{-0{,}7\} = \{-1{,}7\}$. Взагалі, всі числа x виду $k + 0{,}3$, де $k \in Z$, мають одну й ту ж дробову частину, яка дорівнює 0,3. У загальному випадку якщо $x = k + \alpha$, де $k \in Z$, $0 \le \alpha < 1$, то $[x] = k$, $\{x\} = \alpha$.

Розглянемо функцію $f(x) = \{x\}$. Областю її визначення є множина всіх дійсних чисел. Доведемо, що ця функція є періодичною, і її періодом є будь-яке ціле число m, крім $m = 0$. Для цього візьмемо довільне значення аргументу x і запишемо його у вигляді $x = k + \alpha$, де $k \in Z$, $0 \le \alpha < 1$. Тоді: $f(x) = \{k + \alpha\} = \alpha$; $f(x + m) = \{k + m + \alpha\} = \alpha$. Отже, $f(x + m) = f(x)$, звідки й випливає, що функція $f(x) = \{x\}$ є періодичною з періодами $T = m$, де $m \in Z$, $m \ne 0$. Основним періодом цієї функції є число $T_0 = 1$ (чому?).

Для побудови графіка функції $y = \{x\}$ досить спочатку побудувати частину графіка на проміжку [0;1) (для будь-якого значення x із цього проміжку виконується рівність $\{x\} = x$), після чого здійснити паралельні перенесення побудованої частини вздовж осі x праворуч і ліворуч на 1, 2, 3, ... (рис. 34).

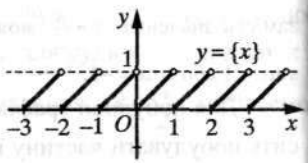


Рис. 34

Приклади розв'язання вправ

Приклад 1. Знайти область визначення функції $y = \operatorname{tg}\left(3x - \frac{\pi}{3}\right)$.

• Тангенс визначений для всіх кутів, крім кутів виду $\frac{\pi}{2} + \pi k,\ k \in Z$.

Знайдемо значення x, для яких значення виразу $3x - \frac{\pi}{3}$ дорівнює $\frac{\pi}{2} + \pi k$:

$$3x - \frac{\pi}{3} = \frac{\pi}{2} + \pi k;\ \ 3x = \frac{\pi}{3} + \frac{\pi}{2} + \pi k;\ \ 3x = \frac{5\pi}{6} + \pi k;\ \ x = \frac{5\pi}{18} + \frac{\pi k}{3},\ k \in Z.$$

Отже, областю визначення функції є множина всіх дійсних чисел, крім $x = \frac{5\pi}{18} + \frac{\pi k}{3},\ k \in Z$. •

Приклад 2. Знайти область значень функції $y = 3 - 2\sin x$.

• Областю значень синуса є проміжок [–1; 1]. Помноживши усі частини подвійної нерівності $-1 \le \sin x \le 1$ на –2, матимемо: $2 \ge -2\sin x \ge -2$, або $-2 \le -2\sin x \le 2$. Додамо до усіх частин подвійної нерівності число 3: $1 \le 3 - 2\sin x \le 5$. Отже, областю значень функції є проміжок [1; 5]. •

Приклад 3. Знайти знак добутку:

а) $\sin 140° \cdot \operatorname{tg}(-100°)$; **б)** $\cos\frac{7\pi}{3} \cdot \operatorname{ctg}\left(-\frac{27\pi}{5}\right)$.

• **а)** Оскільки 140° — кут II чверті, де значення синуса додатні, то $\sin 140° > 0$. Кут –100° — це кут III чверті, тому $\operatorname{tg}(-100°) > 0$. Отже, $\sin 140° \cdot \operatorname{tg}(-100°) > 0$.

б) $\frac{7\pi}{3} = \frac{\pi}{3} + 2\pi$; кут $\frac{\pi}{3}$ є кутом I чверті, тому й кут $\frac{7\pi}{3}$ — кут I чверті, звідки $\cos\frac{7\pi}{3} > 0$.

$-\frac{27\pi}{5} = \frac{3\pi - 30\pi}{5} = \frac{3\pi}{5} - 6\pi$; кут $\frac{3\pi}{5}$ є кутом II чверті, тому $-\frac{27\pi}{5}$ — кут II чверті, звідки $\operatorname{ctg}\left(-\frac{27\pi}{5}\right) < 0$. Отже, $\cos\frac{7\pi}{3} \cdot \operatorname{ctg}\left(-\frac{27\pi}{5}\right) < 0$. •

Приклад 4. Знайти значення виразу:

а) $\sin 750°$; б) $\cos\frac{37\pi}{6}$; в) $\operatorname{tg}\left(-\frac{17\pi}{4}\right)$.

• а) Враховуючи, що значення синуса повторюються через $2\pi = 360°$, матимемо: $\sin 750° = \sin(30° + 360° \cdot 2) = \sin 30° = \frac{1}{2}$.

б) $\cos\frac{37\pi}{6} = \cos\frac{\pi + 36\pi}{6} = \cos\left(\frac{\pi}{6} + 6\pi\right) = \cos\frac{\pi}{6} = \frac{\sqrt{3}}{2}$.

в) $\operatorname{tg}\left(-\frac{17\pi}{4}\right) = -\operatorname{tg}\frac{17\pi}{4} = -\operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{4} + 4\pi\right) = -\operatorname{tg}\frac{\pi}{4} = -1$. •

Усно

94. Чи існують значення x, для яких виконується рівність:

а) $\sin x = -1{,}2$; б) $\sin x = \frac{7}{8}$; в) $\sin x = \sqrt{2}$;

г) $\cos x = -0{,}9$; д) $\operatorname{tg} x = 5$; е) $\operatorname{ctg} x = -100$?

95. Спростіть вираз:

а) $\sin x + \sin(-x)$; б) $\cos x + \cos(-x)$; в) $\operatorname{tg} x + \operatorname{tg}(-x)$.

96. Знайдіть значення виразу:

а) $\sin(45° + 360° \cdot 5)$; б) $\sin(45° - 360° \cdot 5)$; в) $\sin(45° + 720°)$;

г) $\cos\left(\frac{\pi}{3} + 6\pi\right)$; д) $\operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{4} + 5\pi\right)$; е) $\operatorname{ctg}(45° - 360°)$.

Рівень А

Знайдіть знак добутку:

97. а) $\sin 110° \cdot \cos 130°$; б) $\operatorname{tg} 220° \cdot \operatorname{ctg}(-10°)$;

в) $\cos 170° \cdot \operatorname{tg} 305°$; г) $\sin(-100°) \cdot \operatorname{ctg} 280°$.

98. а) $\sin 170° \cdot \operatorname{tg} 200°$; б) $\cos(-35°) \cdot \operatorname{ctg} 175°$;

в) $\cos 335° \cdot \sin 340°$; г) $\operatorname{tg}(-5°) \cdot \operatorname{ctg} 100°$.

Знайдіть значення виразу:

99. а) $\sin(-45°)$; б) $\cos(-60°)$; в) $\operatorname{tg}(-30°)$; г) $\operatorname{ctg}(-45°)$.

100. а) $\cos(-30°)$; б) $\sin(-60°)$; в) $\operatorname{tg}(-45°)$; г) $\operatorname{ctg}(-60°)$.

101. а) $\sin 390°$; б) $\cos 720°$; в) $\operatorname{tg} 225°$; г) $\operatorname{ctg} 450°$.

102. а) $\cos 405°$; б) $\sin 420°$; в) $\operatorname{tg} 210°$; г) $\operatorname{ctg} 390°$.

Рівень Б

Знайдіть область визначення функції:

103. а) $y = \operatorname{tg} 2x$; б) $y = \operatorname{ctg}\left(\frac{\pi}{3} - 5x\right)$.

104. а) $y = \operatorname{ctg} 3x$; б) $y = \operatorname{tg}\left(2x - \frac{\pi}{4}\right)$.

Знайдіть область значень функції:

105. а) $y = 3\sin x - 5$; б) $y = \frac{1}{2} - \frac{1}{2}\cos x$.

106. а) $y = 4\cos x + 1$; б) $y = -1 - 3\sin x$.

Знайдіть знак добутку:

107. а) $\sin(-250°) \cdot \cos 775° \cdot \operatorname{tg} 515°$; б) $\sin\frac{19\pi}{4} \cdot \cos\frac{25\pi}{7} \cdot \operatorname{ctg}\left(-\frac{17\pi}{3}\right)$.

108. а) $\cos 475° \cdot \operatorname{tg}(-230°) \cdot \operatorname{ctg} 835°$; б) $\sin\left(-\frac{23\pi}{5}\right) \cdot \cos\frac{19\pi}{3} \cdot \operatorname{tg}\frac{27\pi}{8}$.

Позначте на одиничному колі множину таких точок P_x, що:

109. а) $\begin{cases} \sin x < 0; \\ \cos x > 0; \end{cases}$ б) $\begin{cases} \operatorname{ctg} x \geq 0; \\ \frac{\pi}{4} < x < \frac{5\pi}{4}. \end{cases}$

110. а) $\begin{cases} \sin x \geq 0; \\ \cos x \leq 0; \end{cases}$ б) $\begin{cases} \operatorname{tg} x < 0; \\ -\frac{\pi}{4} \leq x \leq \pi. \end{cases}$

Дослідіть функцію на парність; непарність:

111. а) $y = x^2 + \cos x$; б) $y = 1 - \sin x$; в) $y = \operatorname{tg}^3 x$.

112. а) $y = x + \sin x$; б) $y = 1 - \cos x$; в) $y = 2 + \operatorname{ctg} x$.

Знайдіть значення виразу:

113. а) $\sin\frac{43\pi}{6}$; б) $\operatorname{tg}\left(-\frac{25\pi}{4}\right)$;

в) $\cos\frac{31\pi}{3} \cdot \operatorname{ctg}\left(-\frac{17\pi}{4}\right)$; г) $\frac{\sin 750° \cdot \cos(-390°)}{\operatorname{tg} 570°}$.

114. а) $\cos\left(-\frac{29\pi}{4}\right)$; б) $\operatorname{ctg}\frac{37\pi}{3}$;

в) $\sin\left(-\frac{19\pi}{3}\right) \cdot \operatorname{tg}\frac{21\pi}{4}$; г) $\frac{\cos 765°}{\sin(-420°) \cdot \operatorname{ctg} 225°}$.

Знайдіть значення виразу (n — деяке ціле число):

115. а) $\sin 2\pi n$; б) $\cos(2n+1)\pi$; в) $\operatorname{ctg}\frac{(2n+1)\pi}{2}$.

116. а) $\cos 2\pi n$; б) $\sin(2n+1)\pi$; в) $\operatorname{tg} \pi n$.

Рівень В

117. Знайдіть область визначення функції:

а) $y = \dfrac{2+\sin x}{2-\sin x}$; б) $y = \operatorname{tg}\left(x^2\right)$.

118. Знайдіть область значень функції:

а) $y = 1 - 4\sin^2 x$; б) $y = \cos x + |\cos x|$.

119. Знайдіть знак добутку:

а) $\sin 2 \cdot \cos 4$; б) $\sin(-12{,}5) \cdot \operatorname{ctg} 7$; в) $\cos 10 \cdot \sin(\cos 10)$.

120. Розв'яжіть нерівність:

а) $x \cdot \cos 3 < 1$; б) $(x - \sin 2)(x - \sin 6) < 0$.

121. Доведіть, що функція є періодичною, та знайдіть її основний період:

а) $y = 1 + \sin x$; б) $y = \cos 2x$; в) $y = 2\operatorname{tg}\dfrac{x}{2}$.

122. Розв'яжіть рівняння:

а) $x + 1 = 2[x]$; б) $\{x\} = \left(3 - [x]\right)^2$.

Вправи для повторення

123. Побудуйте графік функції $y = 1 - 6x - x^2$ та знайдіть її найбільше значення.

124. Побудуйте графік функції $y = 2\sqrt{x+1} - 3$ та знайдіть її найменше значення.

125. Корені x_1 та x_2 рівняння $x^2 - 16x + m = 0$ задовольняють рівність $7x_1 = x_2$. Знайдіть ці корені та коефіцієнт m.

126*. Розв'яжіть рівняння: $x^2 + 3x + 4|x - 2| - 22 = 0$.

127. Брокер купив 20 акцій підприємства X і 10 акцій підприємства Y на загальну суму 5000 грн. Коли ціна акцій підприємства X зросла на 20%, а ціна акцій підприємства Y впала на 10%, він продав усі акції за 5700 грн. Яка початкова ціна акції кожного підприємства?

§ 5. Графіки тригонометричних функцій

1. Графік функції $y = \sin x$. Побудуємо спочатку графік синуса на проміжку $[0; \pi]$. Для побудови графіка скористаємося таблицею значень функції:

x	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{2\pi}{3}$	$\frac{3\pi}{4}$	$\frac{5\pi}{6}$	π
$y = \sin x$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0