148. Розв'яжіть систему рівнянь: $\begin{cases} x - y = 12; \\ xy = 64. \end{cases}$

149. Розв'яжіть графічно рівняння: $\sqrt{x+2} - 1 = -\frac{1}{4}x^2$.

150. Токар за певний час мав виготовити 96 деталей. Виготовляючи за 1 год на 2 деталі більше, ніж планувалося, він виконав завдання на 4 год швидше. Скільки деталей планував виготовляти токар щогодини?

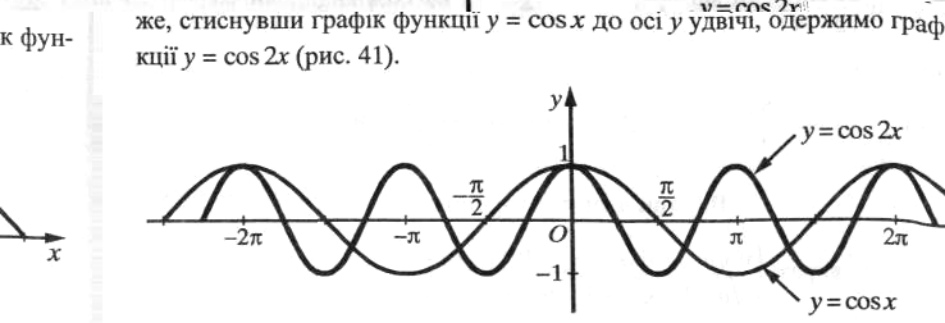
151. З міста N о 12 годині вийшов поїзд, а о 14 годині услід за ним — інший поїзд. У місто K обидва поїзди прибули одночасно о 19 годині. Знайдіть відстань між містами, якщо сума швидкостей поїздів дорівнює 120 км/год.

§ 6. *Перетворення графіків функцій. Гармонічні коливання*

У § 1 ми пригадали деякі перетворення графіків функцій, що розглядалися у 9 класі. А тепер ознайомимося з деякими новими перетвореннями.

1. Графік функції $y = f(ax)$, де $a > 0$. Нехай маємо графік функції $y = \cos x$, а потрібно побудувати графіки функцій $y = \cos 2x$ та $y = \cos\left(\frac{1}{2}x\right)$.

Значення функції $y = \cos x$ при $x = x_0$ таке саме, як значення функції $y = \cos 2x$ при $x = \frac{x_0}{2}$ (обидва значення дорівнюють $\cos x_0$). Точки $(x_0; \cos x_0)$ і $\left(\frac{x_0}{2}; \cos x_0\right)$ належать відповідно графікам функцій $y = \cos x$ і $y = \cos 2x$. Ці точки мають ту саму ординату, тому розташовані на однаковій відстані від осі x, проте друга точка розташована вдвічі ближче до осі y, ніж перша. Отже, стиснувши графік функції $y = \cos x$ до осі y удвічі, одержимо графік функції $y = \cos 2x$ (рис. 41).



2) $y = 2\sin 2x$ — шляхом розтягу графіка функції $y = \sin 2x$ від осі x удвічі (рис. 44);

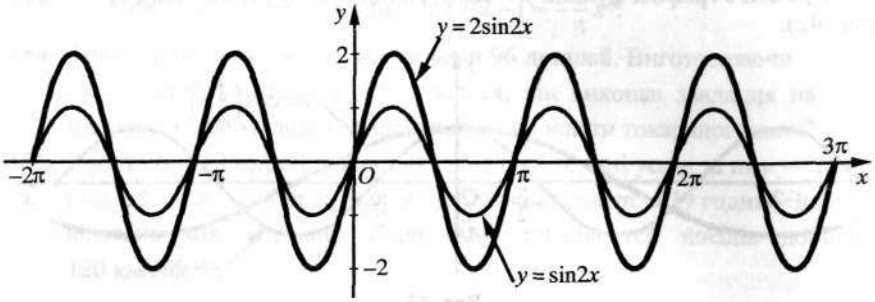


Рис. 44

3) $y = 2\sin\left(2\left(x+\frac{\pi}{6}\right)\right)$ — шляхом паралельного перенесення останнього графіка вздовж осі x на $\frac{\pi}{6}$ одиниць ліворуч (рис. 45).

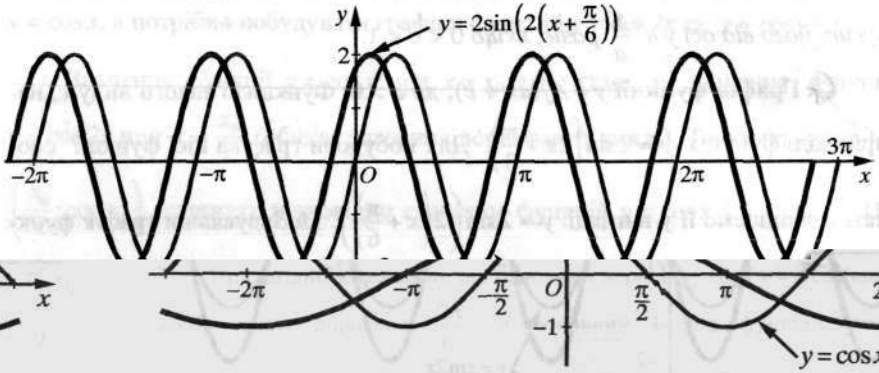


Рис. 42

Якщо функцію $y = \cos x$ записати у вигляді $y = f(x)$, то функції і $y = \cos\left(\frac{1}{2}x\right)$ будуть функціями виду $y = f(ax)$, де $a > 0$.

Отже, *графік функції* $y = f(ax)$, *де* $a > 0$, *можна одержати з графіка функції* $y = f(x)$, *стиснувши останній до осі* y *в* a *разів, якщо* $a > 1$, *розтягнувши його від осі* y *в* $\frac{1}{a}$ *разів, якщо* $0 < a < 1$.

2. Графік функції $y = Af(ax + b)$, де $a > 0$. Функцією такого ви… наприклад, функція $y = 2\sin\left(2x+\frac{\pi}{3}\right)$. Для побудови графіка цієї фун…

Рівень А

Побудуйте графік функції:

154. **а)** $y = 2\sin x$; **б)** $y = \cos x + 1$; **в)** $y = \operatorname{tg}\left(x - \frac{\pi}{4}\right)$;

г) $y = \sin 3x$; **д)** $y = \cos\frac{x}{2}$; **е)** $y = 2\cos\left(x + \frac{\pi}{3}\right)$.

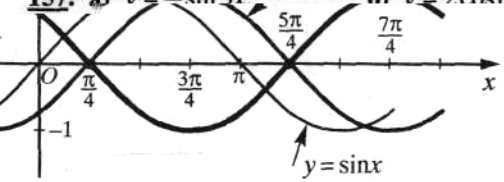
155. **а)** $y = \cos 3x$; **б)** $y = \sin\frac{x}{2}$; **в)** $y = \operatorname{ctg}\left(x + \frac{\pi}{4}\right)$.

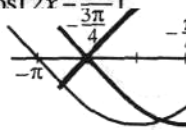
Рівень Б

Побудуйте графік функції і вкажіть: а) область значень функції; б) нулі функції; в) проміжки, на яких функція набуває додатних значень; від'ємних значень:

156. **а)** $y = 1{,}5\sin\left(x - \frac{\pi}{3}\right)$; **б)** $y = \frac{1}{2}\cos 2x$; **в)** $y = 2\sin\left(3x + \frac{3\pi}{4}\right)$.

157. **а)** $y = \frac{1}{2}\sin 3x$; **б)** $y = 2\cos\left(x + \frac{2\pi}{3}\right)$. **в)** $y = 2\cos\left(2x - \frac{2\pi}{3}\right)$





6. На якому проміжку функція $y = \cos x$ набуває лише додатних значень?

а) $\left(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right)$; **б)** $(-\pi; \pi)$; **в)** $(0; \pi)$; **г)** $(-\pi; 0)$.

7. На якому проміжку функція $y = \sin x$ спадає?

а) $\left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right]$; **б)** $[-\pi; \pi]$; **в)** $[0; \pi]$; **г)** $\left[\frac{\pi}{2}; \frac{3\pi}{2}\right]$.

II рівень

1. Кутом якої чверті є кут:

а) 640°; **б)** $-\frac{2\pi}{3}$?

2. Обчисліть:

а) $2\sin(-60°) - \operatorname{tg}(-60°)$; **б)** $\cos\frac{\pi}{3} + \operatorname{ctg}\left(3\pi + \frac{\pi}{4}\right)$.

3. Що більше:

...ає найбільшого зна- ... функція набу...

...чення; найменшого значення:

$y = 1 - \sin x$.

а) $y = -\cos 2x$; **б)** $y = 2\sin\left(x - \frac{\pi}{4}\right)$; **в)**