§ 52. Середні значення

Статистика оперує такими середніми значеннями: середнє арифметичне, середнє квадратичне, середнє геометричне.

Середнє арифметичне. Нехай ми маємо n об'єктів, у яких виміряно деяку характеристику, що має значення $x_1, x_2, ..., x_n$.

Середнім значенням (або середнім арифметичним) називається таке число $\overline{x}$, яке дістають діленням суми всіх даних вибірки $x_1, x_2, x_3, ..., x_n$ на число цих даних n.

$$\overline{x} = \frac{x_1 + x_2 + x_3 + ... + x_n}{n},$$

або $\overline{x} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i$ ($\sum$ — знак суми — «сигма» велика).

Приклади. 1) Протягом перших п'яти днів березня температура повітря, вимірювана о 8 год ранку, становила 3°, 5°, 4°,

основі деяких властивостей сукупності елементів, узятих з генеральної сукупності, зробити певні висновки про властивості всієї генеральної сукупності.

Теорія статистичного виведення — це формалізована система методів розв'язування задач, що характеризуються намаганням вивести властивості великого масиву даних обстеженням вибірки. Завдання математичної статистики полягає в тому, щоб передбачити властивості всієї сукупності, знаючи властивості вибірки з цієї сукупності. Ця теорія беспосередньо базується на теорії імовірностей.

У генеральній сукупності нас здебільшого цікавить деяка ознака, зумовлена відповіді другого учня.

Таблиця 28

Значення	Середнє арифметичне	Відхилення
0	2	– 2
0	2	– 2
1	2	– 1
1	2	– 1
3	2	1
3	2	1
3	2	1
5	2	3
		—
		0

Розглянемо деякі властивості середнього арифметичного.

1) Знайдемо відхилення l кожного значення x_i від середнього $\overline{x}$. Різниця $(x - \overline{x})$ може бути від'ємною або додатною. Сума всіх n відхилень дорівнює нулю. Проілюструємо цю властивість на прикладі.

Вихідні дані: (0; 0; 1; 1; 3; 3; 3; 5); $n = 8$; $\overline{x} = 2$ (табл. 28).

2) Якщо до кожного результату спостережень додати деяке число c (константу), то середнє арифметичне $\overline{x}$ перетвориться на $(\overline{x} + c)$. Візьмемо, наприклад, попередні 8 значень і додамо до кожного з них по 5. Дістанемо числа 5; 5; 6; 6; 8; 8; 8; 10, середнє арифметичне яких $(5 + 5 + 6 + 6 + 8 + 8 + 10) : 8 = 7$. Середнє на 5 одиниць більше.

3) Якщо кожне значення сукупності із середнім $\overline{x}$ помножити на константу c, то середнє арифметичне стане $c\overline{x}$. Перевірте властивість, використовуючи попередні дані.

Якщо величини деяких даних повторюються, то середнє арифметичне визначається за формулою

$$\overline{x} = \frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i f_i)}{\sum_{i=1}^{n} f_i},$$

де f_i — частота повторення результату x_i.

Приклади. 1) Протягом двадцяти днів серпня температура повітря вранці була такою: 17°, 18°, 19°, 20°, 18°, 18°, 18°, 19°, 19°, 20°, 20°, 19°, 19°, 19°, 20°, 19°, 18°,

дожники в масляному живопису. Тому білу фарбу можна вважати модою сукупності фарб, що трапляються на палітрі. Цей факт враховують виробники фарб: білил цинкових випускають більше, ніж фарб інших кольорів.

Медіана — середня величина змінюваної ознаки, яка міститься всередині ряду, розміщеного в порядку зростання або спадання значень ознаки.

Таблиця 30

Значення x_i	Середнє арифметичне $\overline{x}$	Відхилення $(x_i - \overline{x})$	Квадрат відхилення $(x_i - \overline{x})^2$	Квадратичне відхилення σ
5		-7	49	
8		-4	16	
10		-2	4	
12		0	0	
17		5	25	
20		8	64	
$\sum_{i=1}^{6} x_i =$ $= 72$	$\overline{x} =$ $= \frac{72}{6} =$	$\sum_{i=1}^{6}(x_i -$ $-\overline{x}) =$ $= 0$	$\sum_{i=1}^{6}(x_i -$ $-\overline{x})^2 =$ $= 158$	$\sigma =$ $= \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{6}(x_i - \overline{x})^2}{n}} =$ $= \sqrt{\frac{158}{6}} \approx \sqrt{26{,}3} \approx$

$$\overline{x} = \frac{\sum_{i=1}^{11} x_i f_i}{n} =$$

$$= \frac{188}{24} \approx 7{,}83,$$

де $i = 1, 2, 3, \ldots, 11$

4	8	12	6	4	24
4	9	15	8	1	8
5	9	15	9	3	27
5	9	15	10	2	20
			11	1	11
			12	2	24
			15	3	45
			$n = \sum_{i=1}^{11} f_i = 24$		188

еднього арифметичного при
і таблиці 29.
держали такі оцінки:

9	6	3
7	4	17

л?
ок.

$\cdot 17 = \frac{210}{34} = 6{,}2$.

частота оцінки «2» (мода)
же, матеріал засвоєний уч-

я. Ми вже встановили, що
го значення дорівнює нулю.

2) Подаємо запис обчислення сер
повторенні деяких даних у вигляд
3) За контрольну роботу учні од

Оцінка, бали	12	
Кількість учнів	6	

Чи достатньо засвоєний матеріа
Знайдемо середнє значення оці

$$\overline{x} = \frac{12 \cdot 6 + 9 \cdot 7 + 6 \cdot 4 + 3}{6 + 7 + 4 + 17}$$

Ця оцінка є задовільною. Але
дуже висока, вона дорівнює 17. От
нями недостатньо.

Середнє квадратичне відхилен
сума відхилень даних від середньо