

## Розділ І.

# ЛІНІЙНІ РІВНЯННЯ З ОДНІЄЮ ЗМІННОЮ

Алгебра тривалий час була частиною арифметики — однієї з найдавніших математичних дисциплін. Слово «арифметика» в перекладі з грецької мови означає «мистецтво чисел». Алгебру ж після виокремлення її в окрему науку розглядали як мистецтво розв'язувати рівняння.

У даному розділі ми з'ясуємо, що таке рівняння, лінійне рівняння, що означає розв'язати рівняння, як розв'язувати задачі за допомогою рівнянь.



 —  $x$  кг

$$4x = 2x + 1$$

вигляді многочлена.

Візьмемо від многочлена  $4x^2 - 4x + 7$  мно-

$$- \underline{4x} + 7 - \underline{2x^2} + \underline{3x} - 5 = 2x^2 - x + 2.$$

Після необхідних доданків, ми записали різницю даного многочлена. Отже, різницею многочленів  $4x^2 - 4x + 7$  і  $2x^2 - 3x + 5$  є  $2x^2 - x + 2$ .

Завжди можна записати у вигляді мно-

2. Віднімання многочленів. Віднімаючи один многочлен від іншого, можна записати

Візьмемо від многочлена  $4x^2 - 4x + 7$  мно-

$$(4x^2 - 4x + 7) - (2x^2 - 3x + 5) = 4x^2 - 4x + 7 - 2x^2 + 3x - 5 = 2x^2 - x + 2.$$

Розкривши дужки та звівши подібні доданки, ми записали різницю даного многочлена. Отже, різницею многочленів  $4x^2 - 4x + 7$  і  $2x^2 - 3x + 5$  є  $2x^2 - x + 2$ .

Різницю будь-яких многочленів можна записати у вигляді многочлена.

## Приклади розв'язання вправ



Приклад 1. Чи є число 2,5 коренем рівняння  $3x - 0,5 = 2(x + 1)$ ?

● Якщо  $x = 2,5$ , то:

значення лівої частини рівняння дорівнює:  $3 \cdot 2,5 - 0,5 = 7,5 - 0,5 = 7$ ;

значення правої частини дорівнює:  $2(2,5 + 1) = 2 \cdot 3,5 = 7$ .

Значення обох частин рівняння рівні, тому  $x = 2,5$  — корінь даного рівняння●

Приклад 2. Розв'язати рівняння:

а)  $3(x - 7) = 12$ ; б)  $(2x + 1)(2x - 4) = 0$ ; в)  $x^2 + 7 = 3$ .

● а)  $3(x - 7) = 12$ ;  $x - 7 = 12 : 3$ ;  $x - 7 = 4$ ;  $x = 4 + 7$ ;  $x = 11$ .

Відповідь. 11.

б) Добуток дорівнює нулю лише тоді, коли хоча б один із множників дорівнює нулю. Отже,  $2x + 1 = 0$  або  $2x - 4 = 0$ , звідки  $x = -0,5$  або  $x = 2$ .

Відповідь.  $-0,5$ ; 2.

в)  $x^2 + 7 = 3$ ;  $x^2 = 3 - 7$ ;  $x^2 = -4$ . Квадрат числа не може дорівнювати від'ємному числу. Тому дане рівняння коренів не має.

Відповідь. Рівняння коренів не має●

## Усно

1. Які із записів є рівняннями:

а)  $4x + 7$ ;

б)  $4x - x = 15$ ;

в)  $14 - 2,5 = 11,5$ ;

г)  $8(x - 3) = 34$ ;

д)  $5x - 2x + 5$ ;

е)  $x > 2$ ?

2. Чи є число 2 коренем рівняння:

а)  $5x = 3x + 4$ ;

б)  $2x + 8 = 7x$ ;

в)  $10 - y = y(y + 2)$ ?

3. Скільки коренів має рівняння:

а)  $2x = 1$ ;

б)  $2x = 0$ ;

в)  $x = x + 3$ ;

г)  $2 + x = x + 2$ ;

д)  $x(x - 5) = 0$ ;

е)  $\left(\frac{2}{5} - 0,4\right)(x - 2) = 0$ ?

## Рівень А



4. Доведіть, що число 1,5 є коренем рівняння:

а)  $4x - 3 = x + 1,5$ ;

б)  $2(1 - 2x) + x = -5x + 5$ .

5. Доведіть, що число 8 є коренем рівняння:

а)  $0,5x + 6 = 2x - 6$ ;

б)  $4(x + 3) = 49 - (x - 3)$ .

6. Вкажіть рівняння, для якого число 3 є коренем:

а)  $7x - 12 = 3x$ ;

б)  $2x - 4x + 8 = 1$ ;

в)  $3(8 - y) = 5y$ .

7. Вкажіть рівняння, для якого число 2 є коренем:

а)  $6x = -2 + 7x$ ;      б)  $2(y - 5) + 7 = 1$ ;      в)  $5 - (6 - x) = x$ .

Розв'яжіть рівняння:

8. а)  $5x + 3 = 18$ ;      б)  $1,7x - 2 = 3,1$ ;      в)  $4 - 4y = 6$ ;  
 г)  $-1,2y = 0,03$ ;      д)  $-4(x + 8) = -108$ ;      е)  $5(2y + 1) = -1$ ;  
 є)  $12,6 = 6(x + 2,5)$ ;      ж)  $z : 1,5 = -7$ ;      з)  $(0,7x + 1) : 0,5 = 4$ .  
 9. а)  $6 + 3z = 15$ ;      б)  $2x - 11 = -3$ ;      в)  $7 - 6x = 10$ ;  
 г)  $4(2x + 3) = -4$ ;      д)  $-2(3 + y) = 10,06$ ;      е)  $(5z + 4) : 3 = -17$ .

### Рівень Б



10. Запишіть рівняння, яке має:

а) єдиний корінь — число 4;      б) два корені — числа  $-4$  і  $4$ .

11. Чи є число 1,5 коренем рівняння:

а)  $x - 1 = |1 - x|$ ;      б)  $x + |-x| = 0$ ?

12. Доведіть, що число 2 є коренем рівняння  $4 - x = |-x|$ .

Розв'яжіть рівняння:

13. а)  $(3x + 7)(3x - 2) = 0$ ;      б)  $x^2 + 8 = 4$ .  
 14. а)  $(4x - 6)(2x + 6) = 0$ ;      б)  $2x^2 + 7 = 1$ .

### Рівень В



15. Знайдіть таке число  $a$ , щоб коренем рівняння  $2x + a = -1$  було число 1.

16. Рівняння  $5x = a - 3$  має той же корінь, що й рівняння  $2x - 7 = 1$ . Знайдіть  $a$ .

17. Не виконуючи обчислень, доведіть, що число 2 не є коренем рівняння  
 $135x(1297x - 468) - 114(273x + 575) - 2125 = 0$ .

18. Розв'яжіть рівняння:

а)  $(x - 1)(2x - 1)(3x - 1) = 0$ ;      б)  $x^2(x - 1)(x - 2)(x - 3)(x - 4) = 0$ .

### Вправи для повторення

19. Знайдіть:

а)  $\frac{3}{7}$  від 2,1;      б) 0,4 від 4;      в) 28% від 2,5.

20. Магазин закупив товар на 50 000 грн., продав його й отримав 7,5% прибутку. Скільки прибутку (у гривнях) отримав магазин?

21. Заготовлені в кар'єрі 400 т руди вивезли 3 самоскиди. Перший самоскид вивіз 30% усієї руди, другий — на 12 т більше, ніж перший. Скільки тонн руди вивіз третій самоскид?



22. Спростіть вираз:

а)  $4x - 7x + 8 + 11x - 3$ ;

б)  $8a + 5b - 2 - 9a - 4b$ ;

в)  $7(3c + 1) - 5c + 2$ ;

г)  $2b - 4(1 - 2b)$ ;

д)  $x - (4 + x) - (x - 3)$ ;

е)  $2a - 2b - 4(3b + 1) + a$ .

## 2. Розв'язування рівнянь. Властивості рівнянь

Розв'язування будь-якого рівняння зводиться до виконання певних перетворень, у результаті яких дане рівняння замінюють більш простим.

Розв'яжемо, наприклад, рівняння:

$$5(x - 2) + 11 = 3x + 9. \quad (1)$$

1. Розкриємо дужки:

$$5x - 10 + 11 = 3x + 9. \quad (2)$$

2. Зведемо подібні доданки в лівій частині рівняння:

$$5x + 1 = 3x + 9. \quad (3)$$

3. Перенесемо доданки зі змінною  $x$  у ліву частину рівняння, а без змінної — у праву, змінивши їх знаки на протилежні:

$$5x - 3x = 9 - 1. \quad (4)$$

4. Зведемо подібні доданки у кожній частині рівняння:

$$2x = 8. \quad (5)$$

5. Поділимо обидві частини рівняння на 2:

$$x = 4.$$

Отже, рівняння (1) має єдиний корінь — число 4.

Розв'язуючи рівняння (1), ми виконували певні перетворення: розкривали дужки, зводили подібні доданки, переносили доданки з однієї частини рівняння в іншу, ділили обидві частини рівняння на число. Із цими перетвореннями пов'язані такі *основні властивості рівнянь*:

**Властивість 1.** У будь-якій частині рівняння можна розкрити дужки або звести подібні доданки.

**Властивість 2.** Будь-який доданок можна перенести з однієї частини рівняння в іншу, змінивши його знак на протилежний.

**Властивість 3.** Обидві частини рівняння можна помножити або поділити на одне і те ж, відмінне від нуля, число.

Якщо в деякому рівнянні виконати одне з перетворень, вказаних у властивостях 1, 2 або 3, то одержимо рівняння, яке має ті ж корені, що й початкове рівняння.

Розв'язуючи рівняння (1), ми послідовно одержували рівняння (2), (3), (4), (5). Усі вони разом з рівнянням (1) мають один і той же корінь — число 4.