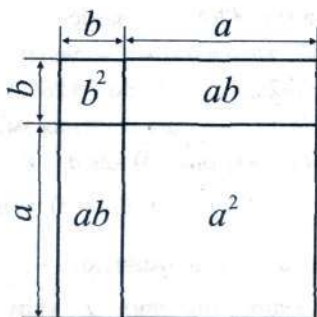


Розділ II. ЦІЛІ ВИРАЗИ

Розв'язування багатьох задач з математики, фізики, хімії пов'язане з необхідністю проводити певні перетворення виразів.

У даному розділі ми з'ясуємо, що таке вираз, цілий вираз, що таке тотожне перетворення виразу, вивчимо основні формули, на основі яких можна здійснювати перетворення виразів.



$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

§ 2. ЦІЛІ ВИРАЗИ

5. Вирази зі змінними. Цілі вирази

1. $x + 6$?

3. Що означає розв'язати рівняння?
 4. Сформулюйте властивості рівнянь.
 5. Дайте означення лінійного рівняння. Наведіть приклад лінійного рівняння.
 6. Скільки коренів може мати лінійне рівняння?
106. Неведіть по числу 2,5 у коренем рівняння:
- а) $3x - 5 = x$
 - б) $x(x - 0,5) + 4x = 5$
107. Яке число $x = 2$ і $1,3$, $1,8$ у коренем рівняня $5x + 3 = 10x + 3$?

Вирази першої групи не містять дії ділення на вираз зі змінними. Такі вирази називають *цілими*.

Вирази другої групи містять дію ділення на вираз зі змінними. Такі вирази називають *дробовими*. Ми вивчатимемо їх у 8 класі. У 7 класі розглядатимемо тільки цілі вирази.

3. Формули. Вирази зі змінними використовують для запису формул. Наприклад:

$S = ab$ — формула для обчислення площі прямокутника;

$V = abc$ — формула для обчислення об'єму прямокутного паралелепіпеда.

Формулою $n = 2k$ (де k — ціле число) задаються парні числа, а формулою $n = 2k + 1$ — непарні числа.

Для тих, хто хоче знати більше



Формулами можна задати всі цілі числа, які при діленні на задане натуральне число дають одну й ту ж остачу.

Розглянемо спочатку приклад ділення двох натуральних чисел. Поділимо 48 на 5 з остачею:

$$\begin{array}{r} 48 \quad | \quad 5 \\ -45 \quad | \quad 9 \\ \hline 3 \end{array}$$

Одержали: 9 — неповна частка, 3 — остача.

Натуральні числа, не кратні числу 5, при діленні на 5 можуть дати в остачі 1, 2, 3 або 4. Числа, кратні числу 5, діляться (націло) на 5. Ще кажуть, що такі числа при діленні на 5 дають в остачі 0.

Поділивши 48 на 5, ми знайшли два числа 9 та 3 (неповну частку та остачу), використовуючи які, число 48 можна записати у вигляді

$$48 = 5 \cdot 9 + 3.$$

Ділення будь-якого цілого числа на натуральне з остачею зводиться до знаходження подібної рівності.

Поділити ціле число m на натуральне число n з остачею означає знайти такі цілі числа k і r , щоб виконувалась рівність

$$m = nk + r, \text{ де } 0 \leq r < n.$$

За цих умов число k називають *неповною часткою*, а r — *остачею* від ділення m на n .

Остач від ділення цілих чисел на натуральне число n може бути n :

$$0, 1, 2, \dots, n-2, n-1.$$

Знайдемо для прикладу остачу від ділення числа -17 на число 3. Для цього запишемо число -17 у вигляді $-17 = 3k + r$, де k і r — цілі числа, до того ж, $0 \leq r < 3$. Щоб число r лежало в межах від 0 до 2, потрібно узяти $k = -6$. Тоді легко знайти, що $r = 1$. Маємо правильну рівність $-17 = 3 \cdot (-6) + 1$. Отже, число -17 при діленні на 3 дає в остачі 1.

Цілі числа при діленні на 3 можуть давати в остачі 0, 1 або 2. Відповідно до цього їх можна поділити на 3 групи.

Цілі числа	Остача при діленні на 3	Вид чисел
... -9; -6; -3; 0; 3; 6; 9; ...	0	$3k$
... -8; -5; -2; 1; 4; 7; 10; ...	1	$3k + 1$
... -7; -4; -1; 2; 5; 8; 11; ...	2	$3k + 2$

Отже, формулами $m = 3k$, $m = 3k + 1$ і $m = 3k + 2$, де k — довільне ціле число, задаються усі цілі числа, які при діленні на 3 дають в остачі відповідно 0, 1, 2. Про числа $m = 3k$ ще кажуть, що вони діляться (націло) на 3. Так, -9 ділиться на 3.

Приклади розв'язання вправ



Приклад 1. Записати у вигляді виразу:

- а) добуток числа a і суми чисел b та c ;
 б) частку різниці чисел m та n і числа 7;
 в) різницю числа a і добутку чисел m та n .
 ● а) $a(b + c)$; б) $(m - n) : 7$; в) $a - mn$. ●

Зуваження. Читаючи словами числові вирази чи вирази зі змінними, першою називають останню по порядку виконання дію, далі передостанню і т. д.

Приклад 2. Знайти значення виразу $a^2(b + c)$, якщо $a = 4$, $b = -7$, $c = 2$.

- Якщо $a = 4$, $b = -7$, $c = 2$, то

$$a^2(b + c) = 4^2 \cdot (-7 + 2) = 16 \cdot (-5) = -80.$$

Відповідь. -80 . ●

Приклад 3. Знайти значення виразу $(m + n)^2 - 3n$, якщо $m = \frac{1}{6}$, $n = \frac{1}{3}$.

- Якщо $m = \frac{1}{6}$, $n = \frac{1}{3}$, то

$$(m + n)^2 - 3n = \left(\frac{1}{6} + \frac{1}{3}\right)^2 - 3 \cdot \frac{1}{3} = \left(\frac{1+2}{6}\right)^2 - 1 = \left(\frac{1}{2}\right)^2 - 1 = \frac{1}{4} - 1 = -\frac{3}{4}.$$

Відповідь. $-\frac{3}{4}$. ●

Приклад 4. Записати у вигляді виразу число, яке має 9 сотень, c десятків, d одиниць.

- $9 \cdot 100 + c \cdot 10 + d = 900 + 10c + d$. ●

Усно

123. Серед записів вкажіть числові вирази, вирази зі змінними та записи, що не є виразами:

а) $7,2 : 3$;

б) 5 ;

в) $2x = 3$;

г) $(18 - 3) : 5 = 3$;

д) $a - c$; е) $15 - 8a$; є) $\frac{19-8}{5}$; ж) abx^2 .

124. Прочитайте словами вирази зі змінними:

а) $5 + x$; б) $y : 7$; в) $2ab$; г) $(abc - 2) : 4$;

д) $(a - 3) : a$; е) $\frac{1}{4}z - 3,5$; є) $\frac{b-c}{4}$; ж) $\frac{37}{x}$.

Які з даних виразів є цілими виразами?

125. Складіть три вирази із числа 7 та змінних a і b .

126. Складіть два вирази із чисел 5 і 11 та змінної x .

Рівень А



Затишіть у вигляді виразу:

127. а) Суму чисел 12 і a ;

в) куб числа a ;

б) частку чисел $-c$ і 7;

г) піврізницю чисел a і b .

128. а) Добуток числа 3 і суми чисел a та c ;

б) потроєний добуток чисел b і c ;

в) різницю числа a і квадрата числа c .

129. а) Різницю чисел b і 9;

в) квадрат числа x ;

д) добуток різниці чисел 3 та c і числа 5;

е) подвоєну частку чисел a і c .

б) добуток чисел 3 і $-a$;

г) півсуму чисел m і n ;

Знайдіть значення виразу:

130. а) $7b - 3$, якщо $b = -9$;

в) $3a + b$, якщо $a = -3$; $b = 8$;

б) $0,11 - 4c^2$, якщо $c = 0,2$;

г) $ab - 4c$, якщо $a = -0,4$; $b = 7$; $c = 0,12$.

131. а) $2,5 + \frac{a-2}{5}$, якщо $a = 4$;

б) $\frac{2x-1}{0,1}$, якщо $x = -3$.

132. а) $-2a + 5,2$, якщо $a = -3$;

в) $12(3y - 5)$, якщо $y = 1,5$;

д) $3(a + b) - 2c$, якщо $a = 3,2$; $b = -7,7$; $c = 2,5$.

б) $(1 - 4s)^2$, якщо $s = 2$;

г) $x - 2y$, якщо $x = 11$; $y = -5,5$;

Заповніть таблицю:

133.

a	-4	-1	0	0,5	2	3
$4 - 3a$						

134.

x	-5	-3	0	1	1,5	2,5
$2x - 3$						

135.

x	5	7	1	-2	-4	10
y	2	-1	0	3	-0,5	-1
$x - 2y$						

136.

b	-2	0	0,5	1	3	3,5
$\frac{2b-5}{4}$						

137. Швидкість автомобіля дорівнює 75 км/год. Запишіть у вигляді виразу шлях, який автомобіль проїде за t год.
138. На склад завезли n мішків борошна по 50 кг у кожному. Запишіть у вигляді виразу масу всього завезеного борошна. Знайдіть значення цього виразу, якщо $n = 48$.
139. Робітник за день виготовляє 32 деталі. Запишіть у вигляді виразу кількість деталей, які робітник виготовить за k днів. Знайдіть значення цього виразу, якщо $k = 5$.
140. З ділянки, площа якої дорівнює a га, господарство зібрало по 38 ц пшениці з гектара, а з ділянки, площа якої дорівнює b га, — по 42 ц. Запишіть у вигляді виразу масу пшениці, зібраної господарством з обох ділянок.
141. Майстерня закупила 50 м тканини по a грн. за метр і 30 м тканини по b грн. за метр. Запишіть у вигляді виразу вартість усієї тканини.

Рівень Б



Знайдіть значення виразу:

142. а) $8,5 \cdot (a - 13,97) + 4\frac{3}{8}b$, якщо $a = 16,17$; $b = \frac{6}{7}$;

б) $(3\frac{2}{9} - m - n) \cdot 36$, якщо $m = -12\frac{2}{3}$; $n = 1\frac{1}{6}$.

143. а) $(x - 9\frac{7}{9}) \cdot y + 0,5$, якщо $x = 16\frac{1}{2}$; $y = \frac{18}{33}$;

б) $0,5a + 3\frac{1}{2}(b - 1\frac{1}{7})$, якщо $a = 3\frac{1}{5}$; $b = 2$.

144. За формулою $S = vt$ знайдіть шлях (y кілометрах), якщо:

а) $v = 75$ км/год; $t = 0,6$ год;

б) $v = 75$ км/год; $t = 20$ хв;

в) $v = 20$ м/с; $t = 2$ год;

г) $v = 900$ м/хв; $t = 25$ с.

145. За формулою $S = vt$ знайдіть шлях (у метрах), якщо:
 а) $v = 8$ м/с; $t = 5$ хв; б) $v = 15$ км/год; $t = 6$ хв.
146. Для яких значень x значення виразу $2x + 5$ дорівнює 10?
147. Для яких значень x значення виразу $4 - 2x$ дорівнює 18?
148. Для яких значень x значення виразів $3x - 12$ і $-4 - x$ дорівнюють одне одному?
149. Відомо, що для деяких значень x та y значення виразу xy дорівнює 0,4. Якого значення для тих самих значень x та y набуває вираз:
 а) $10xy$; б) $0,1xy$; в) $\frac{xy}{2}$; г) $-1\frac{1}{3}xy$?
150. Запишіть формулу цілих чисел, які при діленні на 4 дають в остачі 1.
151. Запишіть формулу цілих чисел, які при діленні на 5 дають в остачі 2.
- Запишіть у вигляді виразу число, яке має:
152. а) a десятків і b одиниць; б) a сотень і c одиниць;
 в) a сотень, 7 десятків і b одиниць; г) a тисяч, b сотень і a одиниць.
153. а) a сотень і b десятків; б) 5 сотень, a десятків і b одиниць.
154. Запишіть у вигляді виразу площу поверхні прямокутного паралелепіпеда з вимірами a см, b см, c см.
155. Запишіть у вигляді виразу площу поверхні куба з ребром a см.

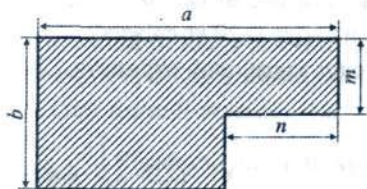


Рис. 2

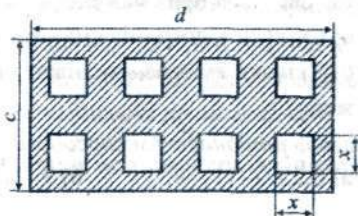


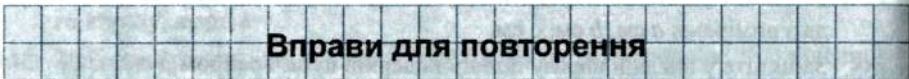
Рис. 3

156. Запишіть у вигляді виразу площу фігури, зображеної на рисунку 2.
157. Запишіть у вигляді виразу площу фігури, зображеної на рисунку 3.
158. На ділянці росло n кущів смородини. З цієї ділянки k кущів пересадили на іншу ділянку, а на ній посадили 30 нових кущів. Скільки кущів смородини стало на ділянці? Запишіть результат у вигляді виразу і знайдіть його значення, якщо $n = 83$, $k = 45$.
159. Оксана купила n олівців по 25 к. і 4 зошити по a к., заплативши за зошити більше, ніж за олівці. На скільки більше заплатила Оксана за зошити, ніж за олівці? Запишіть результат у вигляді виразу і знайдіть його значення, якщо $n = 3$, $a = 65$.

160. Із двох міст одночасно назустріч один одному виїхали два автомобілі й зустрілися через 2 год. Один рухався зі швидкістю 80 км/год, а інший — зі швидкістю v км/год. Запишіть у вигляді виразу відстань між містами.



161. Число d є добутком перших n натуральних чисел: $d = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot n$. Знайдіть d , якщо $n = 5$; $n = 7$. Скількома нулями закінчується запис числа d , якщо $n = 10$; $n = 100$?
162. Знайдіть найменше значення виразу: $x^2 + 5$; $|x| - 3$.
163. Знайдіть найбільше значення виразу: $1 - x^2$; $3 - |x|$.
164. Запишіть формулу цілих чисел, які при діленні на 9 дають в остачі 2. Знайдіть кількість таких чисел у межах від 100 до 300.
165. Запишіть формулу цілих чисел, які при діленні на 2 дають в остачі 1, а при діленні на 3 дають в остачі 2.



166. Кавові зерна при смаженні втрачають 12% своєї маси.
- а) Скільки кілограмів смажених зерен вийде із 20 кг свіжих?
 б) Скільки кілограмів свіжих зерен слід узяти, щоб отримати 22 кг смажених?

Обчисліть раціональним способом:

167. а) $0,25 \cdot (-11) \cdot 4$; б) $9 \cdot 1,25 \cdot (-8)$; в) $-12,5 \cdot 2,5 \cdot (-8) \cdot 4$;
 г) $-\frac{2}{7} \cdot (-25) \cdot 3\frac{1}{2}$; д) $24 \cdot 8 - 28 \cdot 24$; е) $7 \cdot 35 - 26 \cdot 7 + 11 \cdot 7$;

є) $5\frac{2}{9} \cdot \frac{3}{7} - 2\frac{2}{9} \cdot \frac{3}{7}$; ж) $12 \cdot (\frac{1}{2} - \frac{1}{6})$; з) $(1 - \frac{1}{3} + \frac{1}{5}) \cdot (-30)$.

168. а) $34 \cdot 23 + 3 \cdot 23 - 37 \cdot 33$; б) $5,4 \cdot 16 - 22 \cdot 5,4 + 6 \cdot 6,4$.
169. Зведіть подібні доданки:
 а) $2x + 6x - 4x + x$; б) $4a + 9b + 2b - 5a$; в) $3a - 7 + 5a - 10a$.

170. Розкрийте дужки:
 а) $4(a + 2b)$; б) $(a + b - c) \cdot 3$; в) $5(a - 1) - (b - c)$.

171. Візьміть у дужки два останніх доданки, поставивши перед дужками знак «+»; знак «-»:
 а) $2x + y - 3$; б) $a - 3b + 4$; в) $m + n - 7 - mn$.