

## Вправи для повторення

417. Перший автомобіль долає шлях між двома містами за 1,5 год, а другий — за 1,2 год. Швидкість другого автомобіля більша від швидкості першого на 15 км/год. Знайдіть відстань між містами.
418. З міста  $A$  до міста  $B$  одночасно виїхали легковий автомобіль  $= 4a^3 - 2a^2b + 2ab^2 - b^3$ .

чиючи множення многочленів, проміжні результати можна не за-

$$(2a^2 + b^2)(2a - b) = 4a^3 - 2a^2b + 2ab^2 - b^3.$$

ному з наведених прикладів добуток двох многочленів ми записуємо від многочлена. В загалі, добуток будь-яких многочленів завжди діє у вигляді многочлена.

## Приклади розв'язання вправ



Виконати множення:

$$-xy + 4y^2)(2x - 3y); \quad 6) (a + b)(a + 1)(b - 1).$$

$$\begin{aligned} -xy + 4y^2)(2x - 3y) &= 4x^3 - \underline{6x^2y} - \underline{2x^2y} + \underline{3xy^2} + \underline{8xy^2} - 12y^3 = \\ &= 4x^3 - 8x^2y + 11xy^2 - 12y^3. \end{aligned}$$

демо добуток перших двох многочленів, а потім одержаний добуток помножимо на третій многочлен:

$$\begin{aligned} a + 1)(b - 1) &= (a^2 + a + ba + b)(b - 1) = \\ &= a^2b - a^2 + \underline{ab} - a + b^2a - \underline{ba} + b^2 - b = a^2b - a^2 - a + ab^2 + b^2 - b. \end{aligned}$$

Розв'язати рівняння  $(x - 2)(2x + 3) - x(2x + 4) = 3$ .

$$3x - 4x - 6 - 2x^2 - 4x = 3; \quad -5x - 6 = 3; \quad -5x = 9; \quad x = -1,8.$$

дь.  $-1,8$ .

## Усно

ите множення:

$$?)(b + 1);$$

$$6) (a + b)(c - d);$$

$$b) (x + y)(a + b - c).$$

Виконавши множення многочленів, проміжні результати можна не за-

важити.

У кожому з наведених прикладів добуток двох многочленів ми записуємо від многочлена. В загалі, добуток будь-яких многочленів завжди діє у вигляді многочлена.

## Приклад 1

$$a) (2x^2 +$$

$$• a) (2$$

$$b) Зна$$

буток помножимо

$$(a + b)$$

## Приклад 2

$$• 2x^2 +$$

Відповідь:

## 422. Виконавши множення

$$a) (a +$$

Приходимо до такого правила:

**Щоб помножити многочлен на многочлен, досить кожний член одного многочлена помножити на кожний член іншого многочлена й одержані добутки додати.**

Помножимо за цим правилом многочлен  $2a^2 + b^2$  на многочлен  $2a - b$ :

$$\begin{aligned}(2a^2 + b^2)(2a - b) &= 2a^2 \cdot 2a + 2a^2 \cdot (-b) + b^2 \cdot 2a + b^2 \cdot (-b) = \\ &= 4a^3 - 2a^2b + 2ab^2 - b^3.\end{aligned}$$

Виконуючи множення многочленів, проміжні результати можна не записувати:

$$(2a^2 + b^2)(2a - b) = 4a^3 - 2a^2b + 2ab^2 - b^3.$$

У кожному з наведених прикладів добуток двох многочленів ми записували у вигляді многочлена. Взагалі, добуток будь-яких многочленів завжди можна записати у вигляді многочлена.

### Приклади розв'язання вправ



рівняння:

429. а)  $(x - 1)(x + 2) - x^2 = 3$ ;

б)  $(2y - 1$

430. а)  $(x + 3)(x - 1) - x^2 = 5$ ;

б)  $5x^2 + ($

### Рівень Б

Перетворіть вираз у многочлен стандартного вигляду:

431. а)  $(-3a + 2)(2a^2 + 2a - 3)$ ;

б)  $(3x^2 - 2$

в)  $(n^2 - n + 3)(n^2 + 2n + 2)$ ;

г)  $(2b^2 - 3$

д)  $(c + 2)(c + 3)(c - 5)$ ;

е)  $(2x + 1$

ж)  $\left(\frac{2}{9}x - \frac{5}{6}\right)\left(\frac{1}{3}x + \frac{1}{6}\right)$ ;

ж)  $\left(2\frac{2}{9}a -$

432. а)  $(4a + 3)(a^2 - 4a + 2)$ ;

б)  $(b^2 - 2$

в)  $(x - 2)(x + 5)(x - 4)$ ;

г)  $(2y - 3$

д)  $\left(\frac{4}{9}b - \frac{1}{3}\right)\left(\frac{2}{3}b + 1\right)$ ;

е)  $\left(1\frac{2}{7}x +$



433. а)  $(a+b)(a^2+5ab-b^2)$ ;  
 в)  $(3n^2-2nm-m^2)(3n-2m)$ ;
434. а)  $(2x+y)(x^2+2xy-2y^2)$ ;

- б)  $(4x^2-3xy+y^2)(2x-7y)$ ;  
 г)  $(3a-2b)(a-2b)(a^2+2ab)$ .

Рівняння

- $-3)$ ;  
 $(2c+5)$ ;  
 $-b-2)$ .  
 $3-3z)$ ;  
 $2)(c+5)$ ;
- в)  $(m-4)(n+k)$ ;  
 $(4a+6b)(3d-2c)$ ;  
 $(m-n+1)(k+l)$ .  
 $(a-2b)(3x-4y)$ ;  
 $(2x-y-1)(a-3b)$ .

тного вигляду:

- б)  $(5b-4)(3b-2)$ ;  
 г)  $(n-m)(n+4m)$ ;  
 е)  $(4c-3d)(3c+d)$ .  
 б)  $(3x+2)(2x-1)$ ;  
 г)  $(4x-3y)(x-2y)$ .

- б)  $(y+3)(y-4)-y(y-1)$ ;  
 г)  $(a^2+a-2)(a+3)+6-4a^2$ ;  
 е)  $(-x+4y)(2x-y)+2x^2-9xy$ .  
 б)  $(a-4)(3a-4)+16a-16$ ;  
 г)  $-7mn+(m+5n)(2m-3n)$ .

Перемножте многочлени:

423. а)  $(x+2)(y+z)$ ;  
 б)  $(b+a)(c+b)$ ;  
 г)  $(a-b)(x-y)$ ;  
 д)  $(2a-3b)(3a+2b)$ ;  
 е)  $(x+y)(a-5b+2)$ ;  
 ж)  $(2-c)(3-c)$ .
424. а)  $(a+b)(c+3)$ ;  
 б)  $(2x+y)(x+2)$ ;  
 г)  $(m+n)(a-b+1)$ ;  
 д)  $(a+b-1)(a-b+1)$ .

Перетворіть вираз у многочлен стандартного вигляду:

425. а)  $(a+3)(4a-3)$ ;  
 в)  $(a^2+3a-4)(3a-2)$ ;  
 д)  $(a-6b)(2a-b)$ ;
426. а)  $(a-2)(a+3)$ ;  
 в)  $(a+5b)(a-b)$ ;

Спростіть вираз:

427. а)  $(3a-4)(2a+1)+5a$ ;  
 в)  $(2x-5)(2x+3)-4(x^2-x)$ ;  
 д)  $(a+b)(a-3b)+2ab$ ;
428. а)  $(x+2)(2x+3)-2x^2$ ;  
 в)  $(a+2b)(3a-4b)+3ab-3a^2$ ;

Розв'яжіть рівняння:

446. Знайдіть три послідовних цілих числа, квадрат найменшого з яких на 11 менший від добутку двох інших чисел.
447. Довжина прямокутника в 1,8 разу більша від ширини. Якщо довжину прямокутника збільшити на 3 см, а ширину зменшити на 2 см, то площа зменшиться на 9 см<sup>2</sup>. Знайдіть довжину і ширину прямокутника.
448. Довжина прямокутника на 4 см більша від ширини. Якщо ширину зменшити на 2b, довжину збільшити на 3a, то площа зменшиться на  $(a - b)(a + 2b)$ .

*Спростіть вираз:*

435. а)  $(3a - 1)(2a + 5) + (2a - 5)(3a + 1)$ ;  
 б)  $(x + 7)(8x - 1) - (2x + 3)(4x - 1)$ ;  
 в)  $(a - 2)(1 - 2a + 2a^2) - 2(a^3 - 3a^2 - 1)$ ;  
 г)  $(a^2 - 2ab + 4b^2)(a + 2b) - a^3 - b^3$ ;  
 д)  $(3xy^2 - 7x^2y)(3xy^2 - 2x^2y) + (3xy)^3 - (3xy^2)^2$ .
436. а)  $(4x - 3)(3x + 4) + (2x - 3)(3x + 1)$ ;  
 б)  $(2b - 7)(4b - 1) - (8b - 3)(b + 1)$ ;  
 в)  $(x + 3y)(x^2 - 3xy + 9y^2) - 18y^3$ ;  
 г)  $(a + b)(a + b - 1) - a(a - 1) - b(b - 1)$ .

*Розв'яжіть рівняння:*

437. а)  $(x - 1)(x - 3) = (x - 2)(x + 3)$ ;  
 б)  $(2y - 1)(1 - y) + (y + 1)(2y - 3) = 0$ ;  
 в)  $(0,5x - 3,5)(6x + 2) + 30x = 3x(x - 3) - 26$ ;  
 г)  $\left(\frac{1}{6}x + \frac{1}{3}\right)(x - 1) = \left(\frac{1}{2}x - \frac{1}{3}\right)\left(\frac{1}{3}x + \frac{1}{3}\right)$ .

438. а)  $(x + 6)(x - 4) = (x - 5)(x + 4)$ ;  
 б)  $(0,5x + 7)(4x - 1) - (x + 14)(2x - 1) = 9$ ;  
 в)  $\left(\frac{3}{4}x - \frac{1}{4}\right)(2x + 3) = (3x - 1)\left(\frac{1}{2}x + \frac{3}{4}\right)$ .

*Доведіть, що значення виразу не залежать від значення змінної x:*

439. а)  $(x + 1)(x + 4) - (x + 2)(x + 3)$ ;  
 б)  $(1 - x)(2 - x)(3 - x) + (x - 4)(x^2 - 2x + 3)$ .
440.  $(x - 3)(x^2 + 7x - 3) - (x + 2)(x^2 + 2x - 3)$ .

- 457.** Моторний човен проплив 72 км, рухаючись 3 год проти течії річки, якщо швидкість човна в стоячій воді становить 15 км/год. Яко довжину прямокутника зменшити на 1 см, а ширину збільшити на 2 см, то площа збільшиться на  $10 \text{ см}^2$ . Знайдіть довжину і ширину прямокутника.

### Рівень В

Знайдіть вираз  $(x - a)(x - b)(x - c) \dots (x - z)$ , що є добутком 26 множників, яких від змінної  $x$  віднімаються змінні, позначені всіма 26 буквами латинського алфавіту.

Знайдіть вираз ( $n$  — натуральне число):

$$(a^n + b^n)(a^n - b^n + 1) - a^{2n} + b^{2n}; \quad 6) (1 + 2^{n+1})(5 - 2^{n+1}) + 4^{n+1}.$$

Знайдіть тотожність:

$$(a + b + c)(a^2 + b^2 + c^2 - ab - bc - ca) = a^3 + b^3 + c^3 - 3abc;$$

$$a^3 + b^3 + c^3 = 3abc, \text{ якщо } a + b + c = 0.$$

Доведіть, що цілі числа при діленні на 6 дають в остачі 2, а інше — в остачі 4.

Доведіть, що добуток цих чисел ділиться на 6 без остачі.

Доведіть, що числа  $a, b$  і  $c$  при діленні на 4 дають в остачі відповідно 1, 2 і 3. Доведіть, що число  $abc + 2$  ділиться на 4 без остачі.

Знайдіть чотири послідовних цілі числа. Що більше — добуток найменшого і найбільшого з них чисел є добутком інших двох чисел.

Записавши многочлен  $ab + ac$  у вигляді добутку  $a(b + c)$ , кажуть, що многочлен  $ab + ac$  розкладено на два множники  $a$  і  $b + c$ . Кожний із цих множників є многочленом (перший многочлен складається лише з одного члена).

Розкладиши многочлен на множники означає подати його як добуток кількох многочленів.

### Порівняйте

$a(b + c) = ab + ac$	помножили одночлен на многочлен; результат — многочлен
$ab + ac = a(b + c)$	розділили многочлен на множники; результат — добуток одночлена і многочлена

**2.** Розглянемо один зі способів розкладання многочленів на множники. Виконаємо множення одночлена на многочлен:

$$x(x + y) = x \cdot x + x \cdot y = x^2 + xy.$$

Перепишемо ці рівності у зворотному порядку:

$$x^2 + xy = x \cdot x + x \cdot y = x(x + y).$$

449. Спростіть вираз  $(a^2 - b^2)^2 + (a^2 - b^2)(a^2 + b^2)$ .
450. Спростіть вираз  $(a^2 - b^2)^2 - (a^2 - b^2)(a^2 + b^2)$ .
451. Доведіть, що  $(a^2 - b^2)^2 + (a^2 - b^2)(a^2 + b^2)$  ділиться на 4 без остачі.
452. а) Спростіть вираз  $(a^2 - b^2)^2 - (a^2 - b^2)(a^2 + b^2)$ .  
б) Чому  $(a^2 - b^2)^2 - (a^2 - b^2)(a^2 + b^2)$  ділиться на 4 без остачі?
453. Дано  $(a^2 - b^2)^2 + (a^2 - b^2)(a^2 + b^2)$ .  
а) Спростіть вираз.  
б) Доведіть, що  $(a^2 - b^2)^2 + (a^2 - b^2)(a^2 + b^2)$  ділиться на 4 без остачі.