§ 5. ФОРМУЛИ СКОРОЧЕНОГО МНОЖЕННЯ

16. Множення різниці двох виразів на їх суму

Помножимо різницю $a - b$ на суму $a + b$:

$$(a - b)(a + b) = a^2 + ab - ab - b^2 = a^2 - b^2.$$

Отже,

$$(a - b)(a + b) = a^2 - b^2.$$

Одержана тотожність дозволяє множити різницю двох виразів на їх суму не за правилом множення двох многочленів, а скорочено: відразу запису-

547. а) $(a+5)(a-5)$; б) $(2x-7)(2x+7)$; в) $(6-5zt)(6+5zt)$;
г) $(-2+c)(2+c)$; д) $(4x+3y)(-4x+3y)$; е) $(-2a+5b)(2a+5b)$.

548. Знайдіть значення виразу $(x-y)(x+y)$, якщо:
а) $x=100$ і $y=2$; б) $x=10$ і $y=0{,}2$; в) $x=1$ і $y=0{,}02$.

Обчисліть:

549. а) $99 \cdot 101$; б) $198 \cdot 202$; в) $53 \cdot 47$; г) $85 \cdot 95$;
д) $10{,}2 \cdot 9{,}8$; е) $7{,}7 \cdot 8{,}3$; є) $1{,}02 \cdot 0{,}98$; ж) $4{,}95 \cdot 5{,}05$.

550. а) $49 \cdot 51$; б) $73 \cdot 67$; в) $20{,}5 \cdot 19{,}5$;
г) $9{,}6 \cdot 10{,}4$; д) $5{,}03 \cdot 4{,}97$; е) $1{,}96 \cdot 2{,}04$.

Рівень Б

Спростіть вираз:

551. а) $(a+1)(a-1)+(2-a)(2+a)$; б) $(b+3)(b-3)-(b-2)(b+2)$;
в) $(5x-2x^2)(5x+2x^2)-25x^2$; г) $c^4-(c^2+8c^4)(c^2-8c^4)$;
д) $(3ab-4c^2)(3ab+4c^2)+(2c)^4$;
е) $(-a+2b)(a+2b)-(2b+3a)(2b-3a)$;
є) $(4-3b^2)(4+3b^2)-(2-3b)(8+3b^3)$.

552. а) $(x+3)(x-3)-(x-4)(x+4)$; б) $(5-2c)(5+2c)-2c(1-2c)$;
в) $a^2(a^2+7)(a^2-7)+49a^2$; г) $(-xy-2z^2)(-xy+2z^2)-(xy)^2$;
д) $(a+b)(a-b)+(b+c)(b-c)+(c+a)(c-a)$.

553. а) $\left(z-\frac{2}{3}\right)\left(z+\frac{2}{3}\right)+1\frac{4}{9}$; б) $\left(\frac{3}{7}a+\frac{2}{5}b\right)\left(\frac{3}{7}a-\frac{2}{5}b\right)+b^2$;
в) $\left(1\frac{1}{3}-x\right)\left(1\frac{1}{3}+x\right)-2\frac{4}{9}$; г) $\left(\frac{1}{3}a^2-1\frac{1}{9}\right)\left(\frac{1}{3}a^2+1\frac{1}{9}\right)+a^4+1\frac{19}{81}$.

554. а) $\left(\frac{1}{2}a-\frac{3}{7}\right)\left(\frac{1}{2}a+\frac{3}{7}\right)+\frac{9}{49}$; б) $\left(2\frac{1}{3}b+1\frac{2}{3}\right)\left(2\frac{1}{3}b-1\frac{2}{3}\right)+\frac{5}{9}b^2$.

555. а) $(b+1)(b-1)(b^2+1)$; б) $(2x-1)(2x+1)(4x^2+1)$;
в) $(2-y)(2+y)(4+y^2)$; г) $(4+3n)(-4+3n)(16+9n^2)$;

557. Доведіть, що значення виразу $(8n + 5)(8n - 5) - (7n - 5)(7n + 5)$ для кожного цілого значення n ділиться на 15.

558. Доведіть, що значення виразу $(4x + 3)(4x - 3) - (4x - 5)(4x + 5)$ не залежать від значень x.

Розв'яжіть рівняння:

559. **а)** $(y - 3)(y + 3) + y(2 - y) = 1$; **б)** $(2x - 0{,}5)(2x + 0{,}5) = x(4x - 0{,}5)$;
в) $x^2 + (-4 - x)(-4 + x) = 8(x + 1)$; **г)** $(-z^2 + 1)(z^2 + 1) = 1 - z(1 + z^3)$.

560. **а)** $2x(1 - 8x) + (4x - 1)(4x + 1) = 0$; **б)** $(2 - 3y)(2 + 3y) = (9y - 2)(2 - y)$.

Рівень В

561. Спростіть вираз:
а) $(a + b - c)(a - b) + (b + c - a)(b - c) + (c + a - b)(c - a)$;
б) $(a - b)(a + b)(a^2 + b^2)(a^4 + b^4)(a^8 + b^8)(a^{16} + b^{16})$.

562. Доведіть, що коли $a - b = 1$, то:

$$(a + b)(a^2 + b^2)(a^4 + b^4)(a^8 + b^8) = a^{16} - b^{16}.$$

563. Доведіть, що $(2 + 1)(2^2 + 1)(2^4 + 1)(2^8 + 1)(2^{16} + 1) = 2^{32} - 1$.

564. Розв'яжіть рівняння $(x - 1)(x + 1)(x^2 + 1)(x^4 + 1) = x^8 + x$.

565. Дано квадрат і прямокутник. Довжина прямокутника на 2 см більша, а ширина — на 2 см менша, ніж сторона квадрата. Що більше — площа квадрата чи площа прямокутника?

Вправи для повторення

566. Швидкість велосипедиста у 2,5 разу більша від швидкості пішохода. За 2 год пішохід долає відстань, що на 2,5 км менша від відстані, яку долає велосипедист за 1 год. Знайдіть швидкість пішохода.

567. Вкладник вніс до банку 4000 грн. За перший рік йому нарахували 8% річних, а потім банківський відсоток збільшився. У кінці другого року на рахунку вкладника було 4752 грн. Скільки відсотків річних став нараховувати банк після збільшення ставки?

568*. Сплав міді й цинку, загальна маса якого дорівнює 3,6 кг, містить 45% міді. Скільки кілограмів міді потрібно додати до цього сплаву, щоб одержати новий сплав, який містив би 60% міді?

569. Замініть степінь добутком і запишіть одержаний добуток у вигляді многочлена:
а) $(a + 1)^2$; **б)** $(2b - 1)^2$; **в)** $(5 - 2x)^2$.

570. Запишіть у вигляді виразу:
а) суму квадратів змінних x і y; **б)** квадрат суми змінних x і y;
в) різницю квадратів змінних a і c; **г)** квадрат різниці змінних a і c.