


Рівень В

592. Піднесіть до куба:

a) $(a + 1)^3$; б) $(2x - y)^3$; в) $(3m + 4n)^3$.

593. Спростіть вираз: $(a^{10} - b^{10})^2(a^{10} + b^{10})^2 - (a^{20} + b^{20})^2$.

594. Доведіть, що для кожного натурального значення n значення виразу $(5^n + 2)^2 - 2(5^n + 2)(5^n - 2) + (5^n - 2)^2$ ділиться на 16.

595. Доведіть, що вираз $(x^2 + xy + y^2)^2 - (x + y)^4 + 2xy(x + y)^2$ набуває лише нерівніх значень.

596. Ціле число при діленні на 7 дає в остачі 3. Яку остачу при діленні на 7 дає квадрат цього числа?

597. Ціле число m не ділиться на 5. Доведіть, що число $m^4 - 1$ ділиться на 5.

598. Число a є квадратом деякого натурального числа. Чи може запис числа a закінчуватися двома шістками?

Вправи для повторення

599. Одне число становить 0,8 іншого числа і менше від нього на 12. Знайдіть ці числа.

600. Одне із чисел на 80% більше від іншого. Якщо від більшого числа відняти 3,4, а до меншого додати 2,2, то одержимо однакові результати. Знайдіть ці числа.

601. Робітник і його учень виготовили 81 деталь, до того ж, робітник виготовив на 70% деталей більше, ніж учень. Скільки деталей виготовив робітник і скільки учень?

602. Подайте у вигляді квадратів числа: 81; 441; 625; 3,24; 0,09; 0,36; $\frac{16}{49}$; $11\frac{1}{9}$.

603. Подайте вираз у вигляді квадрата одночлена стандартного вигляду:

а) $16x^2$; б) $196c^4$; в) $0,25b^2c^2$; г) $\frac{9}{64}x^4y^6z^2$.

604. Розкладіть на множники:

а) $(2x - 3y)(2x + 3y) + 9y^2 + 4x$; б) $a^6 + 2a^4 + 2a^2 + 4$.

18. Розкладання на множники різниці квадратів двох виразів

У тотожності $(a - b)(a + b) = a^2 - b^2$ помінямо місцями ліву і праву частини:

$$a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$$
.

Одержану тотожність називають *формулою різниці квадратів* двох виразів. Формулюють її так:

Різниця квадратів двох виразів дорівнює добутку різниці цих виразів та їх суми.

Формула різниці квадратів дає можливість розкласти на множники двох членів $a^2 - b^2$. Її використовують для розкладання на множники різниці квадратів двох довільних виразів. Наприклад:

$$4x^2 - 9 = (2x)^2 - 3^2 = (2x - 3)(2x + 3).$$

Порівняйте

$(a - b)(a + b) = a^2 - b^2$	помножили різницю двох виразів на їх суму; результат — многочлен (різница квадратів двох виразів)
$a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$	розділили на множники різницю квадратів двох виразів; результат — добуток різниці виразів та їх суми

Приклади розв'язання вправ



Приклад 1. Розкласти на множники:

а) $16x^4 - 2,25y^2z^2$; б) $(4a - b)^2 - a^2$.

• а) $16x^4 - 2,25y^2z^2 = (4x^2)^2 - (1,5yz)^2 = (4x^2 - 1,5yz)(4x^2 + 1,5yz);$
 б) $(4a - b)^2 - a^2 = (4a - b - a)(4a - b + a) = (3a - b)(5a - b)$. •

Приклад 2. Обчислити $75^2 - 65^2$.

• $75^2 - 65^2 = (75 - 65)(75 + 65) = 10 \cdot 140 = 1400$. •

Приклад 3. Розв'язати рівняння $(x - 3)^2 - 36 = 0$.

• $(x - 3)^2 - 36 = 0$; $(x - 3)^2 - 6^2 = 0$; $(x - 3 - 6)(x - 3 + 6) = 0$;
 $(x - 9)(x + 3) = 0$; $x - 9 = 0$ або $x + 3 = 0$; $x = 9$ або $x = -3$.

Відповідь. 9; -3. •

Усно

605. Розкладіть на множники:

а) $x^2 - y^2$; б) $p^2 - 4$; в) $16 - c^2$.



Рівень А

Розкладіть на множники:

606. а) $a^2 - 9$; б) $b^2 - 1$; в) $1 - x^2$; г) $16 - y^2$;
 д) $4z^2 - 36$; е) $49a^2 - 9b^2$; ж) $100x^2 - 121y^2$; ж) $9 - a^2b^2$.

607. а) $b^2 - 25$; б) $9c^2 - 1$; в) $25 - 64y^2$;
 г) $36m^2 - 49n^2$; д) $400 - z^2$; е) $81p^2 - 121q^2$.

Обчисліть:

608. а) $45^2 - 44^2$; б) $81^2 - 71^2$; в) $138^2 - 38^2$; г) $6,7^2 - 3,3^2$.
 609. а) $29^2 - 28^2$; б) $205^2 - 105^2$; в) $78^2 - 22^2$; г) $9,5^2 - 8,5^2$.

Знайдіть значення виразу:

610. $x^2 - y^2$, якщо $x = 42$ і $y = 32$; $x = 2,8$ і $y = 7,2$; $x = 54$ і $y = -46$.

611. $m^2 - n^2$, якщо $m = 116$ і $n = 16$; $m = 5,7$ і $n = -4,7$.

Розв'яжіть рівняння:

612. а) $x^2 - 4 = 0$; б) $25x^2 - 16 = 0$.

613. а) $y^2 - 36 = 0$; б) $100x^2 - 49 = 0$.

Рівень Б



Розкладіть на множники:

614. а) $a^4 - b^2$; б) $25m^2 - 64n^8$; в) $36 - 4a^6c^2$;
 г) $0,01 - 6,25x^8y^{10}$; д) $\frac{9}{49}a^2 - 16x^4y^8$; е) $2\frac{7}{9} - 0,81a^4b^8c^{12}$.

615. а) $4a^8 - 25b^2c^2$; б) $1,96m^{20} - 0,09n^2$; в) $\frac{4}{9}a^8b^4c^2 - 2\frac{1}{4}x^6$.

616. а) $(a + 2)^2 - 1$; б) $(3b - 1)^2 - 4$; в) $16 - (3b + 2)^2$;
 г) $(2a - 5)^2 - 25b^2$; д) $(4x + 3)^2 - (3x + 2)^2$; е) $(a - 3b)^2 - (3a + 5b)^2$.

617. а) $(2x - 1)^2 - 9$; б) $4a^2 - (4a + 3)^2$; в) $(4x - y)^2 - (5x - 2y)^2$.

Знайдіть значення виразу:

618. $a^2 - 4b^2$, якщо $a = 3,28$ і $b = 3,36$; $a = 1\frac{4}{7}$ і $b = \frac{2}{7}$.

619. $9p^2 - q^2$, якщо $p = 2,3$ і $q = -1,9$; $p = \frac{3}{14}$ і $q = \frac{5}{14}$.

Розв'яжіть рівняння:

620. а) $(x + 3)^2 - 1 = 0$; б) $(5y - 2)^2 - 9 = 0$;
 в) $(3z + 5)^2 - 4z^2 = 0$; г) $(2x - 3)^2 - (3x + 3)^2 = 0$.

621. а) $(2x - 5)^2 - 1 = 0$; б) $(4y - 7)^2 - (y + 2)^2 = 0$.

622. Доведіть, що значення виразу ділиться на дане число:

а) $4575^2 - 1425^2$ на 1000; б) $843^2 - 257^2$ на 200.

Рівень В



623. Візьмемо два числа a і b , що дорівнюють одне одному: $a = b$. Обидві частини рівності помножимо на a і потім віднімемо від обох частин b^2 .
 Оtrzymаємо:

$$a^2 = ab; \quad a^2 - b^2 = ab - b^2; \quad (a + b)(a - b) = b(a - b).$$

Звідси $a + b = b$. З одержаної рівності, врахувавши, що $a = b$, матимемо:

$$b+b=b; \quad 2b=b; \quad b=\frac{b}{2}.$$

Отже, отримали, що будь-яке число дорівнює своїй половині.

Знайдіть помилку в проведених міркуваннях.

Вправи для повторення

628. Обчисліть:

 - $1,8 \cdot \left(0,5 - \frac{1}{3} + 1\frac{1}{6}\right)$;
 - $4\frac{7}{20} : 1\frac{9}{20} - 20 \left(3\frac{1}{5} - 2\frac{1}{4}\right)$.

629. Батькові 36 років, а синові — 12.

 - Через скільки років батько буде удвічі старший від сина?
 - Скільки років тому батько був у 5 разів старший від сина?

630. З міста A до міста B , відстань між якими дорівнює 250 км, виїхав автобус. Через 40 хв з міста B назустріч йому виїхав автомобіль, швидкість якого на 20 км/год більша від швидкості автобуса. Через 1,5 год після виїзду автомобіля він зустрів автобус. Яка швидкість автомобіля?

631. Піднесіть до квадрата:

 - $(m - 5)^2$;
 - $(3a + 1)^2$;
 - $(4b - 3)^2$;
 - $(-2a - 5b)^2$.

19. Розкладання многочленів на множники з використанням формул квадрата суми і квадрата різниці

Запишемо формули квадрата суми і квадрата різниці двох виразів (квадрата двочлена), помінявши в них ліві та праві частини:

$$a^2 + 2ab + b^2 = (a+b)^2 = (a+b)(a+b);$$

$$a^2 - 2ab + b^2 = (a - b)^2 = (a - b)(a - b).$$

Перша із цих формул дає розклад на множники тричлена $a^2 + 2ab + b^2$, а друга — тричлена $a^2 - 2ab + b^2$.