

Рівень В



790. Доведіть, що функція $y = x^2 + 6x + 10$ не може набувати від'ємних значень.
 791. Знайдіть найменше значення функції $y = x^2 - 4x + 2$.
 792. Для яких значень аргументу значення функції $y = x^2 - 4|x|$ дорівнюють нулю?
 793. Функція задана формулою $y = x^2 + 2x$ на відрізку $[-2; 2]$.

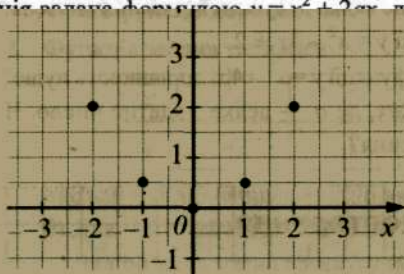


Рис. 4

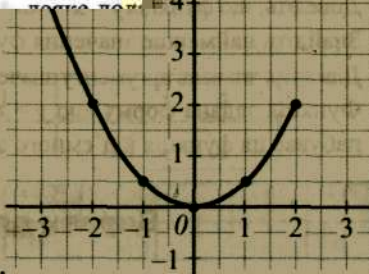


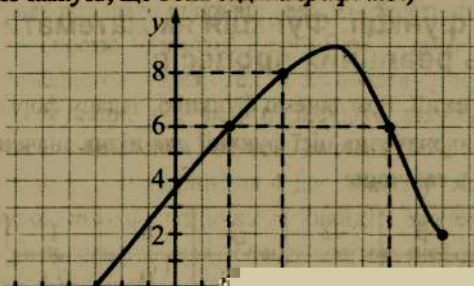
Рис. 5

Добираючи інші значення x , що задовольняють нерівності $-3 \leq x \leq 2$, обчислюючи відповідні значення y , отримаємо інші пари значень x і y . Кожній із цих пар також відповідає певна точка на координатній площині. Усі такі точки утворюють фігуру, яку називають *графіком* функції, заданою формулою $y = 0,5x^2$, де $-3 \leq x \leq 2$ (рис. 5).

Графік функції утворюють точки координатної площини, абсциси яких дорівнюють усім значенням аргументу, а ординати — відповідним значенням функції.

2. Графічний спосіб задання функції. Маючи графік функції, можна знаходити її значення за відомим значенням аргументу і навпаки: знаходити значення аргументу за відомим значенням функції.

Розглянемо, наприклад, функцію, графік якої зображений на рисунку (Про таку функцію кажуть, що вона задана *графічно*.)



ми вибрали так, що кожне наступне на 1 більше від попереднього. Тому таблиця значень функції складена з кроком 1.

на координатній площині точки, абсциси яких дорівнюють значенням аргументу, а ординати — відповідним значенням функції (рис. 4).

Значення функції змінюються з кроком 1.

Позначимо ці значення на графіку вибраним значенням функції (рис. 4).

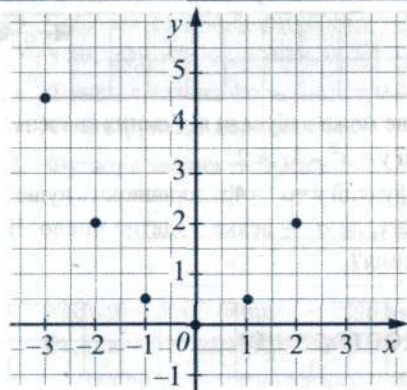


Рис. 4

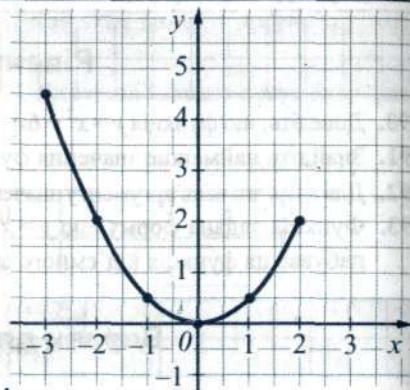


Рис. 5

Добираючи інші значення x , що задовольняють нерівності $-3 \leq x \leq 2$, й обчислюючи відповідні значення y , отримаємо інші пари значень x та y .

Значення y , отримані на рисунку 6, можна відмітити деякі графіком.

Ці точки утворюють усі значення x , що задоволь-

няють нерівності $-5 \leq x \leq 10$.

Найбільше значення функції дорівнює 9 (цього значення функція на-

буває, якщо $x = 6$).

Найменше значення функції дорівнює -2 (цього значення функція

набуває, якщо $x = -5$).

Область значень функції утворюють усі значення y , що задовольня-

ють нерівності $-2 \leq y \leq 9$.

Значення функції дорівнюють нулю, якщо $x = -3$. Ті значення аргументу, для яких значення функції дорівнюють нулю, називають нулями функції. Отже, значення $x = -3$ є нулем даної функції.

Значення $x = -3$ є нулем даної функції.

Значень, якщо $-3 < x \leq 10$; від'ємних значень, якщо $-5 \leq x < -3$.

Дивлячись на графік, зображеного на рисунку 7, можна відмітити деякі властивості функції, заданої цим графіком.

1) Область визначення функції утворюють усі значення x , що задовольняють нерівності $-5 \leq x \leq 10$.

2) Найбільше значення функції набуває, якщо $x = 6$.

3) Найменше значення функції набуває, якщо $x = -5$.

4) Область значень функції утворюють усі значення y , що задовольняють нерівності $-2 \leq y \leq 9$.

5) Значення функції дорівнюють нулю, якщо $x = -3$. Ті значення аргументу, для яких значення функції дорівнюють нулю, називають нулями функції. Отже, значення $x = -3$ є нулем даної функції.

Значень, якщо $-3 < x \leq 10$; від'ємних значень, якщо $-5 \leq x < -3$.

Значень, якщо $-5 \leq x < -3$.

3. Функція як математична модель реальних процесів. Розглянемо графік зміни температури води протягом 20 хв.

Значень, якщо $-5 \leq x < -3$.

перетину із графіком функції має координати $(4; 8)$. Отже, якщо $x = 4$, то значення функції дорівнює 8. Знайдемо за допомогою цього ж графіка значення аргументу, для яких значення функції дорівнює 6. Для цього через точку осі y з ординатою 6 проведемо пряму, паралельну осі x . Одержимо дві точки її перетину із графіком функції: $(2; 6)$ і $(8; 6)$. Отже, функція набуває значення 6, якщо $x = 2$ або $x = 8$.

Деяка лінія на координатній площині задає функцію, якщо, користуючись нею, для кожного значення змінної x можна знайти тільки одне значення змінної y .



Із графіка видно, що початкова температура води дорівнювала 20°C ; протягом перших 8 хв температура води підвищилась до 100°C , потім протягом 6 хв (від 8 хв до 14 хв) температура води не змінювалась, а протягом наступних 6 хв температура води знизилась до 80°C .

Функція, графік якої зображено на рисунку 7, описує реальний процес зміни температури води. Кажуть, що ця функція моделює даний процес, або що вона є *математичною моделлю* даного процесу.

Якщо тіло рухається рівномірно зі швидкістю 15 м/с. Маємо графік функції, заданої фор-

мулою $y = 1 - x^2$, де $-2 \leq x \leq 2$ (рис. 9). ●

$A(3; 9); B(2; 8)$?

якщо значення функ-

ції не дорівнює 9.

$2 \cdot 2^2 = 8$. Точка $B(2; 8)$

Користуючись графі-

Приклад 2. Чи належить графіку функції $y = 2x^2$ точка

● Точка $A(3; 9)$ належатиме графіку даної функції для $x = 3$ дорівнює 9.

Знаходимо: якщо $x = 3$, то $y = 2 \cdot 3^2 = 18$. Значення. Отже, точка $A(3; 9)$ графіку функції не належить.

Для точки $B(2; 8)$ матимемо: якщо $x = 2$, то $y =$ належить графіку функції. ●

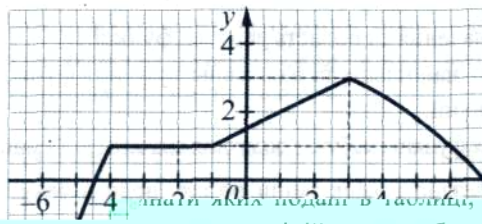
Приклад 3. На рисунку 10 зображено графік функції ком, заповнити таблицю:

	1



що, що всі вони
нені точки. Цей

x	-6	-2	8		
y				-4	-1,



площині. Якщо до цих точок прикласти лінійку, то побачи- лежать на одній прямій. Сполучимо відрізком крайні позначені точки. Цей відрізок і є графіком функції $y = 0,5x + 1$, де $-4 \leq x \leq 4$ (рис. 8).

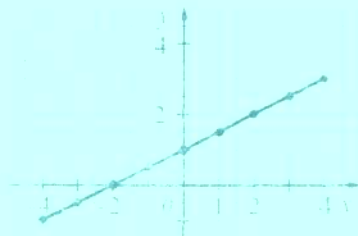


Рис. 8

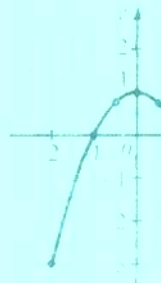


Рис. 9

б) Складемо таблицю значень функції:

x	-2	-1	$-\frac{1}{2}$	0	$\frac{1}{2}$	1	2
y	-3	0	$\frac{3}{4}$	1	$\frac{3}{4}$	0	-3

Позначимо точки, координати яких подані в таблиці, на координатній площині. Сполучимо їх плавною лінією.



Рис. 12



Рис. 13

(див. рис. 13).

функції, якщо $x = -4$; $x = -2$; $x = 2$.

аргументу, якому відповідає значення функції

значення та область значень функції?

більше та найменше значення функції?

функція набуває додатних значень; від'ємних значень?

о графік зміни об'єму води в баку залежно від

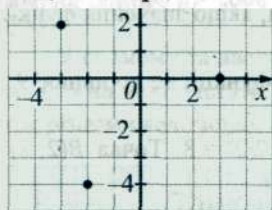


Рис. 11

801. Функція задана графіком

а) Знайдіть значення функції

б) Знайдіть значення аргументу, якому відповідає значення функції

$y = -2$; $y = 0$; $y = 3$.

в) Яка область визначення функції?

г) Чому дорівнюють найменше та найбільше значення функції?

д) Вкажіть нулі функції.

е) Для яких значень x функція набуває додатних значень; від'ємних значень?

802. На рисунку 14 показано графік зміни об'єму води в баку залежно від часу.

а) Яка ємність бака?

б) Скільки часу витікала вода з бака?

в) Скільки часу вода була в баку?

г) Скільки часу витікала вода з бака з постійною швидкістю?

д) Скільки часу витікала вода з бака з змінною швидкістю?



130 - 10

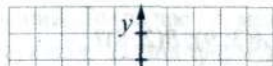
Заповнімо таблицю:

-6	-5; 8	$-4 \leq x \leq -1$; 6
-4	-1,5	1

x	-6	2	8
y	-4	1	-1,5

Усно

799. Функція задана графіком (див. рис. 11). Знайдіть значення функції, якщо $x = -2$. Якому значенню аргументу відповідає значення функції $y = 2$? Яка область визначення та область значень функції?
800. Чи є лінія, зображена на рисунку 12, графіком деякої функції? Відповідь обґрунтуйте.



- а) Скільки води було в баку у початковий момент часу?
 б) Скільки води поступило в бак протягом перших 5 хв; 8 хв; 10 хв?
 в) Скільки часу об'єм води в баку не змінювався?
 г) Протягом скількох хвилин спорожнився бак?



803. На рисунку 15 зображено графік функції. Користуючись цим графіком, заповніть таблицю:

x	-3	-2	0	1	4,5				
y						-1,5	-1	0	4

Яка область визначення та область значень функції? Як набрав висоту?

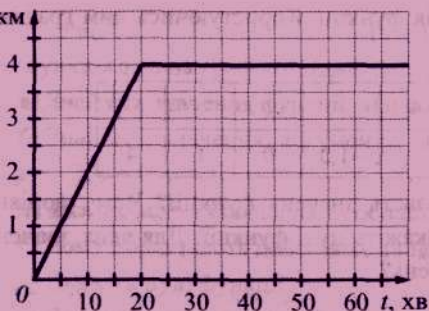


Рис. 17

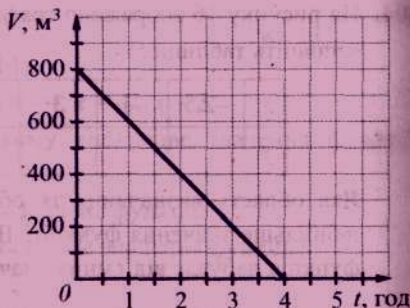


Рис. 18

На рисунку 18 показано графік зміни об'єму води в басейні. а) Який процес зображує цей графік: вода поступає в басейн чи витікає з басейну? б) Скільки води було в басейні в початковий момент часу; через 4 год?



На рисунку 19 зображено графік зміни температури повітря протягом доби.

функції точки $A(-2; -3)$, $B(0; -1)$? Користуючись графіком, знайдіть: значення функції, якщо $x = -1,5$; $x = 0,5$; значення аргументу, якому відповідає значення функції $y = 0$; $y = 1$.

806. Побудуйте графік функції, заданої формулою $y = -3x - 1$, де $-2 \leq x \leq 2$, склавши таблицю значень функції з кроком 1. Чи належать графіку функції точки $M(0; -1)$, $N(2; 5)$?

Побудуйте графік функції, заданої формулою:

807. а) $y = \frac{1}{4}x - 1$, де $-4 \leq x \leq 6$; б) $y = x^2 - 1$, де $-2 \leq x \leq 2$.

808. а) $y = \frac{1}{2}x + 2$, де $-6 \leq x \leq 4$; б) $y = x^2$, де $-1 \leq x \leq 3$.

809. На рисунку 17 показано графік залежності висоти польоту літака від часу. а) На якій максимальній висоті летів літак? б) Скільки часу з початку руху; через 5 с; через

в) зменшувала 4 м/с; 6 м/с; 8 м/с?

г) найменшою?

д) збільшувала 4 м/с; 6 м/с; 8 м/с? е) зменшувала 4 м/с; 6 м/с; 8 м/с? ж) зі сталою швидкістю. Який

10 с; через 20 с?

б) У який момент часу швидкість тіла дорівнювала 4 м/с; 6 м/с; 8 м/с?

в) У який момент часу швидкість тіла була найменшою?

г) Вкажіть час, протягом якого тіло рухалося зі сталою швидкістю. Який шлях пройшло тіло за цей час?

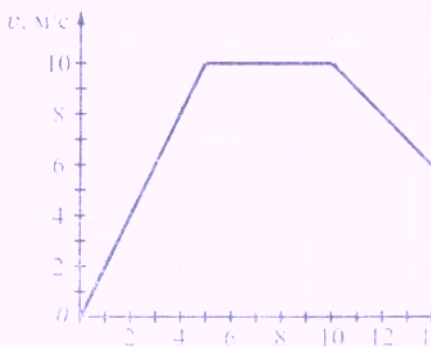
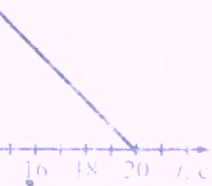


Рис. 20

- б) О котрій годині температура повітря дорівнювала -2° ; 0° ; 6° ?
 в) О котрій годині температура повітря була найнижчою; найвищою?

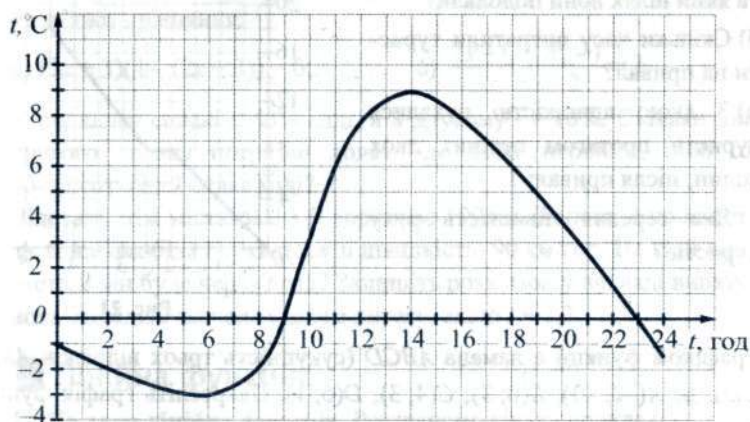


Рис. 19

812. На рисунку 20 зображено графік залежності швидкості тіла від часу.

- а) Яку швидкість мало тіло через $3\frac{1}{2}$ год після початку руху?

x	-3			1,25	2,5	
y		3,5	2			3

Яка область визначення та область значень функції? Чому дорівнюють найбільше та найменше значення функції? Чи має функція нулі? Для яких значень x функція набуває додатних значень; від'ємних значень?

Побудуйте графік функції, заданої формулою:

816. а) $y = x(4 - x)$, де $-1 \leq x \leq 5$; б) $y = x^2 + 4x + 3$, де $-3 \leq x \leq 1$.
 817. а) $y = x^2 - 2x$, де $-2 \leq x \leq 3$; б) $y = (1 - x)(3 + x)$, де $-2 \leq x \leq 1$.

Рівень В

818. Побудуйте графік функції, заданої формулою:

- а) $y = |x|$, де $-3 \leq x \leq 3$; б) $y = |x| - 2$, де $-3 \leq x \leq 3$.

813. На рисунку 21 зображено графік руху групи туристів від табору до автостанції.

а) Скільки часу рухалися туристи s , км

та який діджу вони подогади? 2 год; 9 год; 18 год; 24 год?

Вправи для повторення

... витратили турис-
... швидко рухалися
... перших двох
... швидкість руху

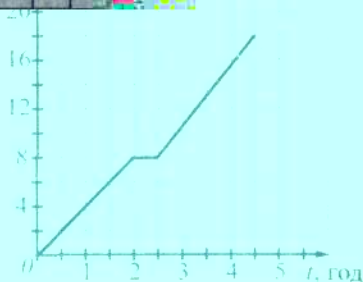


Рис. 21

... ції є ламана $ABCD$ (сукупність трьох відрізків AB , BC і CD), де $A(-2; 3)$, $B(0; 3)$, $C(4; 3)$, $D(6; 1)$. Накресліть графік функції та

1,33			4,5	
	-2	3		1,5

... значення та область значень функції? Вкажіть нулі функ-
... значень x функція набуває додатних значень; від'ємних

... ції є ламана $KLMN$, де $K(-4; 4)$, $L(-2; 2)$, $M(2; 2)$, $N(3; 3)$.
... рафік функції та

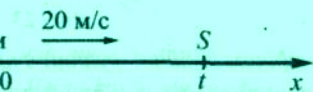


Рис. 22

... цю називають функцією, яку можна зада-
... $y = kx + b$, де x — незалежна змінна, k і

... $2,5t + 70$, де t — незалежна змінна, зада-
... ними.

... x можна надавати будь-яких значень, тому
... ції утворюють усі числа.
... обудуємо графік лінійної функції $y = 0,5x - 1$.
... к значень x та відповідних значень y :

1	0	1	2	3	4	5
---	---	---	---	---	---	---

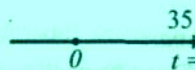
б) Скільки час-
ти на привал?
в) З якою ш-
туристи про-
годин; після пр-
г) Яка середн-
туристів?

814. Графіком фун-
 CD), де $A(-2;$
заповніть табл-

x	-1
y	

Яка область ви-
ції. Для яких
значень?

815. Графіком фун-
Накресліть гра-



Нехай у басейн через трубу
початковий момент часу в басейн
буде у басейні через t хв, можна с-
Формулами $S = 20t + 35$, V
ються функції, які називають ліні-

Лінійною функці-
ти формулою ви-
 b — деякі числа.

У формулі $y = kx + b$ змінні
область визначення лінійної функ-

2. Графік лінійної функції. І
Для цього складемо таблицю кільк-

x	-5	-4	-3	-2
-----	----	----	----	----