Вправи для повторення

933. Розкладіть на множники:

а) $7x + ay + 7y + ax$; **б)** $(x-2)^2 - 1$;

в) $8x^3 + 125y^3$; **г)** $(a+b+c)^2 - (a+b)^2$.

934. Знайдіть найменше значення функції $y = x^2 - 8x + 1$.

935. Одне число більше від іншого на 12, а їх сума дорівнює 44. Знайдіть ці числа.

936*. Розв'яжіть у цілих числах рівняння $3x + 5y = 7$.

28. Системи двох лінійних рівнянь із двома змінними

1. Системи лінійних рівнянь із двома змінними та їх розв'язки.

Розглянемо задачу.

У 7-А і 7-Б класах навчаються разом 56 учнів, до того ж, у 7-А класі на 4 учні більше, ніж у 7-Б. Скільки учнів у кожному класі?

Для розв'язання задачі позначимо кількість учнів 7-А класу через x, а кількість учнів 7-Б класу — через y. За умовою задачі, у 7-А і 7-Б класах разом навчаються 56 учнів, тобто $x + y = 56$. У 7-А класі на 4 учні більше, ніж у 7-Б, тому різниця $x - y$ дорівнює 4: $x - y = 4$.

Маємо два лінійні рівняння із двома змінними:

$$x + y = 56;$$

$$x - y = 4.$$

І в першому, і в другому рівняннях змінні позначають одні й ті ж величини — кількості учнів 7-А і 7-Б класів. Тому потрібно знайти такі значення змінних, які перетворюють у правильну числову рівність і перше, і друге рівняння, тобто потрібно знайти спільні розв'язки цих рівнянь.

Якщо потрібно знайти спільні розв'язки двох рівнянь, то кажуть, що ці рівняння утворюють ***систему рівнянь***.

Систему рівнянь записують за допомогою фігурної дужки. Систему лінійних рівнянь із двома змінними, складену за умовою нашої задачі, записують так:

$$\begin{cases} x + y = 56; \\ x - y = 4. \end{cases}$$

Спільним розв'язком обох рівнянь цієї системи є пара значень змінних $x = 30$, $y = 26$, бо рівності $30 + 26 = 56$ і $30 - 26 = 4$ є правильними. Цю пару чисел називають *розв'язком* системи рівнянь.

Означення **Розв'язком системи двох рівнянь із двома змінними називають пару значень змінних, для яких кожне рівняння системи перетворюється у правильну числову рівність.**

Розв'язати систему рівнянь означає знайти всі її розв'язки або довести, що розв'язків немає.

2. Розв'язування систем лінійних рівнянь графічним способом.
Розв'яжемо систему рівнянь

$$\begin{cases} 2x + y = -3; \\ -x + 3y = 5. \end{cases}$$

Побудуємо в одній системі координат графіки обох рівнянь системи. На рисунку 44 пряма AB — графік рівняння $2x + y = -3$, а пряма CD — графік рівняння $-x + 3y = 5$. Координати будь-якої точки прямої AB є розв'язком першого рівняння системи, а координати будь-якої точки прямої CD є розв'язком другого рівняння. Будь-яка спільна точка цих прямих має координати, які є розв'язком як першого, так і другого рівнянь, тобто є розв'язком системи. Оскільки прямі AB і CD перетинаються в єдиній точці $M(-2; 1)$, то система рівнянь має єдиний розв'язок $x = -2$; $y = 1$. Цей розв'язок можна записувати й у вигляді пари $(-2; 1)$.

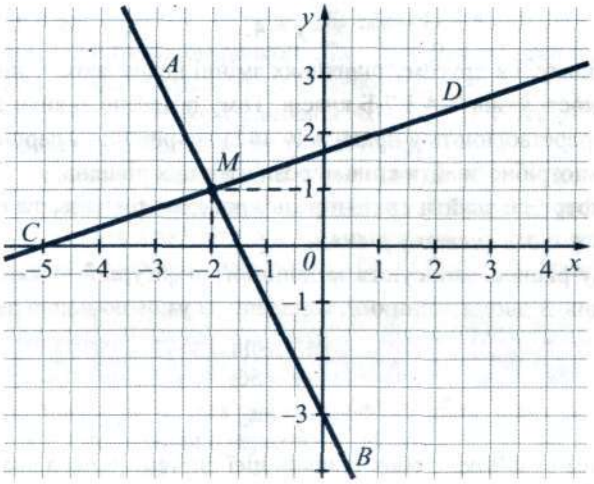


Рис. 44

Спосіб розв'язування систем лінійних рівнянь, який ми щойно використали, називають *графічним*.

Щоб розв'язати систему лінійних рівнянь

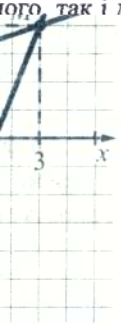
ом системи двох рівнянь із двома змінними назиару значень змінних, для яких кожне рівняння перетворюється у правильну числову рівність.

у рівнянь означає знайти всі її розв'язки або довес-

истем лінійних рівнянь графічним способом.
у рівнянь

$$\begin{cases} 2x + y = -3; \\ -x + 3y = 5. \end{cases}$$

й системі координат графіки обох рівнянь системи. — графік рівняння $2x + y = -3$, а пряма CD — графік ординати будь-якої точки прямої AB є розв'язком ми, а координати будь-якої точки прямої CD є розв'я-Будь-яка спільна точка цих прямих має координати, ого, так і другого рівнянь, тобто є розв'язком систе-



ці — точці $M(3; 2)$. Отже, система рівнянь має єдиний розв'язок (3; 2). •

Примітка. Щоб не помилитися, визначаючи за графіками координати точки M, варто перевірити, чи справді знайдені координати є розв'язком системи. Перевіримо: якщо $x = 3$; $y = 2$, то $5 \cdot 3 - 2 \cdot 2 = 11$ і $3 - 3 \cdot 2 = -3$ — правильні рівності. Пара (3; 2) є розв'язком системи.

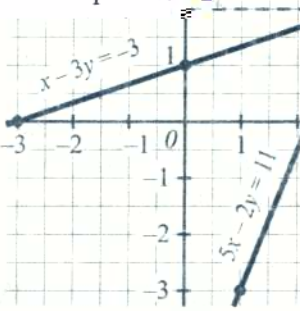
162

Означення	**Розв'яз вають системи**

Розв'язати систе ти, що розв'язків немає

2. Розв'язування
Розв'яжемо систем

Побудуємо в одн
На рисунку 44 пряма AB рівняння $-x + 3y = 5$. К першого рівняння систе зком другого рівняння. які є розв'язком як пер

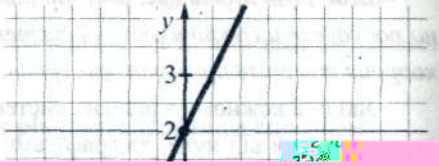


Приклад 2. Скільки розв'язків має система рівнянь $\begin{cases} -2x + y = 2; \\ -6x + 3y = 6? \end{cases}$

● Побудуємо графіки рівнянь системи.

$-2x + y = 2$		

$-6x + 3y = 6$		



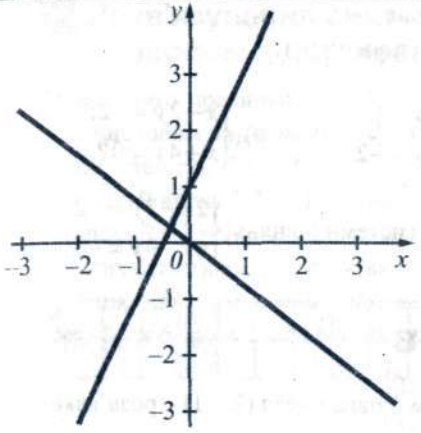


Рис. 45

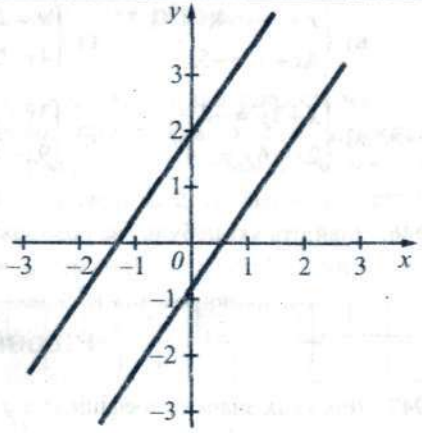
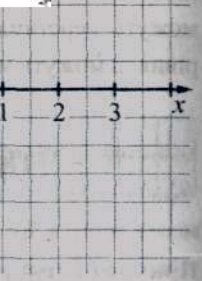


Рис. 46

Рівень А

Розв'яжіть графічно систему рівнянь:

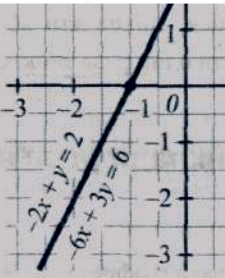
9? $\begin{cases} x - y = 2; \\ x + y = 3; \end{cases}$



$\begin{cases} x + y = 3; \\ x + 2y = 3? \end{cases}$

x	0	−1
y	2	0

x	0	−1
y	2	0



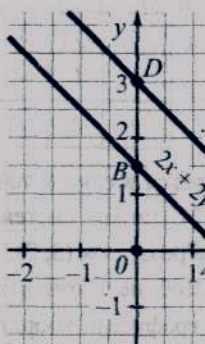
Графіки співпадають. Система рівнянь має безліч розв'язків. •

Приклад 3. Скільки розв'язків має система рівнянь $\begin{cases} \\ \end{cases}$

• Побудуємо графіки рівнянь системи.

$x + y = 3$		
x	0	3
y	3	0

$2x + 2y = 3$		
x	0	1,5
y	1,5	0



Графіками рівнянь є паралельні прямі (бо $\angle OAB = \angle OCD = 45°$),