

### 30. Розв'язування систем лінійних рівнянь способом додавання

Розглянемо дві правильні рівності:

$$7 + 5 = 12;$$

$$8 + 6 = 14.$$

Додамо почленно ці рівності: ліву частину до лівої й праву до правої:

$$(7 + 5) + (8 + 6) = 12 + 14.$$

Знову одержали правильну рівність. Ця властивість правильних числових рівностей лежить в основі способу розв'язування систем рівнянь, який називають *способом додавання*. Розглянемо приклад.

Нехай треба розв'язати систему рівнянь

$$\begin{cases} 3x + 2y = 21; \\ 5x - 2y = 19. \end{cases} \quad (1)$$

Додамо почленно ліві й праві частини рівнянь:

$$(3x + 2y) + (5x - 2y) = 21 + 19; \quad 8x = 40.$$

Замінимо одне з рівнянь системи (1), наприклад, перше, рівнянням  $8x = 40$ . Одержано систему

$$\begin{cases} 8x = 40; \\ 5x - 2y = 19. \end{cases} \quad (2)$$

Системи (1) і (2) мають одні й ті ж розв'язки (доведення подане в рубриці «Для тих, хто хоче знати більше»). Розв'яземо систему (2). З першого рівняння знаходимо:  $x = 5$ . Підставивши це значення у друге рівняння, матимемо:

$$5 \cdot 5 - 2y = 19; \quad 25 - 2y = 19; \quad -2y = -6; \quad y = 3.$$

Пара чисел  $(5; 3)$  — розв'язок системи (2), а також і системи (1).

Розв'язуючи систему (1), ми скористалися тим, що в рівняннях коефіцієнти біля змінної  $y$  є протилежними числами і після почленного додавання рівнянь одержали рівняння з однією змінною  $x$ .

Розв'яземо ще одну систему рівнянь

$$\begin{cases} 3x + 4y = 12; \\ 2x - 3y = -26. \end{cases} \quad (3)$$

У цій системі рівнянь коефіцієнти біля змінної  $x$  і коефіцієнти біля змінної  $y$  не є протилежними числами. Однак, помноживши обидві частини першого рівняння на 2, а другого — на  $-3$ , одержимо систему

$$\begin{cases} 6x + 8y = 24; \\ -6x + 9y = 78, \end{cases}$$

у якій коефіцієнти біля  $x$  — протилежні числа. Додавши почленно рівняння останньої системи, матимемо:

$$17y = 102; \quad y = 6.$$

Підставивши значення  $y$  в перше рівняння системи (3), знаходимо:

$$3x + 4 \cdot 6 = 12; \quad 3x = -12; \quad x = -4.$$

Отже, розв'язком системи (3) є пара чисел  $(-4; 6)$ .

Щоб розв'язати систему лінійних рівнянь способом додавання, потрібно:

- 1) помножити обидві частини рівнянь системи на такі числа, щоб коефіцієнти біля однієї зі змінних в обох рівняннях системи стали протилежними числами;
- 2) додати почленно ліві й праві частини рівнянь;
- 3) розв'язати одержане рівняння з однією змінною;
- 4) знайти відповідне значення іншої змінної.

### Для тих, хто хоче знати більше



Доведемо, що системи (1) і (2) мають одні й ті ж розв'язки.

Нехай пара чисел  $(a; b)$  — довільний розв'язок системи (1), тоді правильними є числові рівності  $3a + 2b = 21$  і  $5a - 2b = 19$ . Додавши ці рівності, одержимо правильну рівність  $8a = 40$ . Оскільки рівності  $8a = 40$  і  $5a - 2b = 19$  правильні, то пара чисел  $(a; b)$  є розв'язком системи (2). Ми показали, що довільний розв'язок системи (1) є розв'язком системи (2).

Навпаки, нехай пара чисел  $(c; d)$  — довільний розв'язок системи (2), тоді правильними є числові рівності  $8c = 40$  і  $5c - 2d = 19$ . Віднімемо від першої з цих рівностей другу. Одержано правильну рівність  $3c + 2d = 21$ . Оскільки рівності  $3c + 2d = 21$  і  $5c - 2d = 19$  правильні, то пара чисел  $(c; d)$  є розв'язком системи (1). Ми показали, що довільний розв'язок системи (2) є розв'язком системи (1).

Отже, системи (1) і (2) мають одні й ті ж розв'язки.

### Приклади розв'язання вправ



**Приклад 1.** Розв'язати способом додавання систему рівнянь

$$\begin{cases} 3x + 5y = 9; \\ 6x + 7y = 9. \end{cases}$$

• Помножимо обидві частини першого рівняння системи на  $-2$ . Отримаємо систему

$$\begin{cases} -6x - 10y = -18; \\ 6x + 7y = 9. \end{cases}$$

Почленно додавши рівняння останньої системи, матимемо:

$$-3y = -9; \quad y = 3.$$

Підставимо у перше рівняння системи замість у число 3 і розв'яжемо одержане рівняння:

$$3x + 15 = 9; \quad 3x = -6; \quad x = -2.$$

Відповідь. (-2; 3). •



### Рівень А

Розв'яжіть систему рівнянь способом додавання:

973. а)  $\begin{cases} x - y = 1; \\ x + y = 7; \end{cases}$  б)  $\begin{cases} 3x - 8y = 18; \\ -3x + 4y = -6; \end{cases}$  в)  $\begin{cases} 2x + 5y = 6; \\ 8x - 5y = -1. \end{cases}$

974. а)  $\begin{cases} 4x + 5y = 6; \\ 4x + 3y = 2; \end{cases}$  б)  $\begin{cases} 5m + 2n = -2; \\ 3m + 2n = 2; \end{cases}$  в)  $\begin{cases} 3x - 3y = 12; \\ 3x + 2y = 17. \end{cases}$

975. а)  $\begin{cases} x - y = 4; \\ 2x + y = 5; \end{cases}$  б)  $\begin{cases} 5x + y = -2; \\ -5x + 3y = -6; \end{cases}$  в)  $\begin{cases} 2x + 3y = 7; \\ 2x + y = 1. \end{cases}$

976. а)  $\begin{cases} 3x - 5y = 2; \\ 2x + 3y = -5; \end{cases}$  б)  $\begin{cases} 5x + 2y = 6; \\ 3x + 7y = -8; \end{cases}$  в)  $\begin{cases} 8x - 3y = 41; \\ 7x + 5y = 13; \end{cases}$

г)  $\begin{cases} 2x + 4y = -1; \\ 9x + 7y = 1; \end{cases}$  д)  $\begin{cases} 5x + 3y = 2; \\ 3x + 5y = -2; \end{cases}$  е)  $\begin{cases} -9x + 8y = -25; \\ 5x + 3y = -1. \end{cases}$

977. а)  $\begin{cases} 2x - 3y = 8; \\ 5x + 2y = 1; \end{cases}$  б)  $\begin{cases} 5x - 4y = 1; \\ -2x + 5y = 20; \end{cases}$

в)  $\begin{cases} 3x - 8y = 11; \\ 4x - 6y = 17; \end{cases}$  г)  $\begin{cases} 3x - 5y = -2; \\ 7x - 8y = 10. \end{cases}$



### Рівень Б

Знайдіть розв'язки системи рівнянь:

978. а)  $\begin{cases} 0,1x + 3y = 5; \\ 0,3x - 7y = -1; \end{cases}$  б)  $\begin{cases} 1,2x + 0,7y = 28; \\ -0,6x + 0,5y = 3; \end{cases}$

в)  $\begin{cases} \frac{1}{4}x - \frac{1}{5}y = 1; \\ 6x - 5y = 13; \end{cases}$  г)  $\begin{cases} \frac{2}{3}x + \frac{1}{5}y = 1; \\ \frac{1}{3}x - \frac{2}{5}y = 0. \end{cases}$

979. а)  $\begin{cases} 0,8x + 0,3y = 5; \\ 2x - 0,6y = -1; \end{cases}$

б)  $\begin{cases} \frac{5}{6}x + \frac{1}{3}y = -\frac{1}{3}; \\ x + \frac{2}{3}y = \frac{2}{3}. \end{cases}$

980. а)  $\begin{cases} 19(x-3) = 5(y-2)-3; \\ 3(y+1) = 7+19(x-3); \end{cases}$

б)  $\begin{cases} 5(x+2y)-1 = 6y+2; \\ 2(x+6y)-1 = 7y; \end{cases}$

в)  $\begin{cases} \frac{1}{2}(x+7)-6 = 5y; \\ \frac{1}{2}x-5y = 3. \end{cases}$

г)  $\begin{cases} \frac{p-q}{3} = \frac{p+q}{5}; \\ 7(p-a) = 5(p+a). \end{cases}$

рівняння останньої системи, матимемо:

$$3y = -9; \quad y = -3.$$

ле рівняння системи замість у число 3 і розв'яжемо

$$3x + 15 = 9; \quad 3x = -6; \quad x = -2.$$

Почленно додавши

Підставимо у перше  
одержане рівняння:

Відповідь.  $(-2; 3)$ .

## Рівень А

рівняння способом додавання:

б)  $\begin{cases} 3x - 8y = 18; \\ -3x + 4y = -6; \end{cases}$

в)  $\begin{cases} 2x + 5y = 6; \\ 8x - 5y = -1. \end{cases}$

б)  $\begin{cases} 5m + 2n = -2; \\ 3m + 2n = 2; \end{cases}$

в)  $\begin{cases} 3x - 3y = 12; \\ 3x + 2y = 17. \end{cases}$

б)  $\begin{cases} 5x + y = -2; \\ -5x + 3y = -6; \end{cases}$

в)  $\begin{cases} 2x + 3y = 7; \\ 2x + y = 1. \end{cases}$

б)  $\begin{cases} 5x + 2y = 6; \\ 3x + 7y = -8; \end{cases}$

в)  $\begin{cases} 8x - 3y = 41; \\ 7x + 5y = 13; \end{cases}$

а)  $\begin{cases} 5x + 3y = 2; \\ 3x + 5y = -2; \end{cases}$

в)  $\begin{cases} -9x + 8y = -25; \\ 5x + 3y = -1. \end{cases}$

Розв'яжіть систему рівнянь:

973. а)  $\begin{cases} x - y = 1; \\ x + y = 7; \end{cases}$

974. а)  $\begin{cases} 4x + 5y = 6; \\ 4x + 3y = 2; \end{cases}$

975. а)  $\begin{cases} x - y = 4; \\ 2x + y = 5; \end{cases}$

976. а)  $\begin{cases} 3x - 5y = 2; \\ 2x + 3y = -5; \end{cases}$

в)  $\begin{cases} 2x + 4y = -1; \\ 9x + 7y = 1; \end{cases}$

чень коефіцієнта  $a$ ?

987. Знайдіть такі числа  $a, b, c$  і  $d$ , для яких є правильною кожна з рівностей:

$$c = d; \quad a + b + c + d = 1.$$

$$a = bcd; \quad a + b = cd; \quad a + b = cd.$$