

## §17. ПЕРЕТВОРЕННЯ ВИРАЗІВ З КОРЕНЯМИ



Вирази, що містять квадратні корені, можна додавати, віднімати, множити, підносити до степеня і ділити (на дільник, відмінний від 0).

**Приклади.**

$$2\sqrt{3} + 5\sqrt{3} = 7\sqrt{3}; \quad 12\sqrt{6} : 3\sqrt{6} = \frac{12\sqrt{6}}{3\sqrt{6}} = 4;$$

$$4\sqrt{5} \cdot 3\sqrt{2} = 12\sqrt{10}; \quad (3\sqrt{2})^2 = 3\sqrt{2} \cdot 3\sqrt{2} = 18.$$

Розглянемо ще деякі перетворення виразів з коренями.

$$\sqrt{200} = \sqrt{100 \cdot 2} = \sqrt{100} \cdot \sqrt{2} = 10\sqrt{2}.$$

Таке перетворення називають *винесенням множника за знак кореня*. В останньому прикладі за знак кореня винесено множник 10.

Перетворення, обернене до винесення множника за знак кореня, називають *внесенням множника під знак кореня*.

$$0,3\sqrt{10} = \sqrt{0,09} \cdot \sqrt{10} = \sqrt{0,09 \cdot 10} = \sqrt{0,9}.$$

У цьому прикладі під знак кореня внесено множник 0,3. Розглянуті перетворення здійснюються на основі теореми про корінь з добутку.

Якщо знак кореня міститься в знаменнику дроби, то такий дріб можна замінити тотожним йому дробом, знаменник якого не містить коренів. Досить домножити члени дроби на відповідно підібраний вираз. Наприклад,

$$\frac{3}{\sqrt{2}} = \frac{3 \cdot \sqrt{2}}{\sqrt{2} \cdot \sqrt{2}} = \frac{3\sqrt{2}}{2};$$

$$\frac{1}{2 - \sqrt{3}} = \frac{2 + \sqrt{3}}{(2 - \sqrt{3})(2 + \sqrt{3})} = \frac{2 + \sqrt{3}}{2^2 - (\sqrt{3})^2} = 2 + \sqrt{3}.$$

Такі перетворення називають *звільненням дроби від ірраціональності в знаменнику*.

Наведені перетворення можна виконувати і над виразами зі змінними. Наприклад,

$$a\sqrt{2} \cdot x\sqrt{3} = ax\sqrt{2} \cdot \sqrt{3} = \sqrt{6}ax;$$

$$\sqrt{9a} = \sqrt{9} \cdot \sqrt{a} = 3\sqrt{a};$$

$$2\sqrt{\frac{x}{2}} = \sqrt{4 \cdot \frac{x}{2}} = \sqrt{2x};$$

$$\frac{x}{a-\sqrt{x}} = \frac{x(a+\sqrt{x})}{(a-\sqrt{x})(a+\sqrt{x})} = \frac{x(a+\sqrt{x})}{a^2-x}.$$

**З а у в а ж е н н я.** Виносячи за знак кореня змінну, слід пам'ятати, що рівність  $\sqrt{a^2c} = a\sqrt{c}$  правильна тільки при невід'ємних значеннях  $a$  і  $c$ . Якщо  $a < 0$ ,  $c \geq 0$ , то  $\sqrt{a^2c} = -a\sqrt{c}$ . При будь-яких дійсних значеннях  $a$  і невід'ємних  $c$  правильною є тотожність:

$$\sqrt{a^2c} = |a| \cdot \sqrt{c}.$$

**Приклад.** Винесіть множник з-під знака кореня:

а)  $\sqrt{16a^2c^4d^3}$ ,  $a > 0$ ,  $d > 0$ ; б)  $\sqrt{50x^6y}$ ,  $x < 0$ ,  $y > 0$ .

**Р о з в' я з а н н я.**

а)  $\sqrt{16a^2c^4d^3} = 4|a| \cdot c^2 \cdot |d| \cdot \sqrt{d} = 4ac^2d\sqrt{d}$ ;

б)  $\sqrt{50x^6y} = 5|x^3| \sqrt{2y} = -5x^3\sqrt{2y}$ .

**В і д п о в і д ь.** а)  $4ac^2d\sqrt{d}$ ; б)  $-5x^3\sqrt{2y}$ .

Вносячи змінну під знак кореня, слід пам'ятати, що під корінь можна вносити лише додатні числа.

**Приклад.** Внесіть множник під знак кореня:

а)  $2a\sqrt{3ab^2}$ ,  $a \geq 0$ ; б)  $mn^2\sqrt{5mn}$ ,  $m < 0$ ,  $n < 0$ .

**Р о з в' я з а н н я.**

а)  $2a\sqrt{3ab^2} = \sqrt{(2a)^2 3ab^2} = \sqrt{12a^3b^2}$ ;

б)  $mn^2\sqrt{5mn} = -(-m) \cdot n^2 \sqrt{5mn} = -\sqrt{((-m) \cdot n^2)^2 \cdot 5mn} =$   
 $= -\sqrt{m^2n^4 \cdot 5mn} = -\sqrt{5m^3n^5}$ .

**В і д п о в і д ь.** а)  $\sqrt{12a^3b^2}$ ; б)  $-\sqrt{5m^3n^5}$ .



## Хочете знати ще більше?

Вживаючи словосполучення «вирази з коренями», в цьому розділі ми маємо на увазі тільки «вирази з арифметичними квадратними коренями». Насправді вирази з коренями в математиці мають ширший зміст. Бо корені бувають не тільки квадратні, а й кубічні четвертого, п'ятого, ...,  $n$ -го степенів. Корені з числа  $a$  таких степенів позначають символами:

$$\sqrt{a}, \sqrt[3]{a}, \sqrt[4]{a}, \dots, \sqrt[n]{a}.$$

Вирази, що містять будь-які з таких коренів, називають виразами з коренями, або ірраціональними виразами. Вирази з арифметичними квадратними коренями — це тільки частина ірраціональних виразів (мал. 45).



Мал. 45

Раніше знаки коренів  $\sqrt{a}, \sqrt[3]{a}, \dots, \sqrt[n]{a}$  називали *радикалами*, тому в деяких публікаціях дотепер ірраціональні вирази називають виразами з радикалами.

## Перевірте себе

1. Які дії можна виконувати над виразами з коренями?
2. Чи можна перетворювати вирази з коренями за формулами скороченого множення?
3. Наведіть приклади винесення множника за знак кореня.
4. Покажіть на прикладах, як можна вносити множник під знак кореня.
5. Як можна позбутися ірраціональності в знаменнику дробу?

## Виконаємо разом!

1. Спростіть вираз:

а)  $\sqrt{50} - \sqrt{18}$ ;    б)  $(\sqrt{17} - 1)(\sqrt{17} + 1)$ ;    в)  $(\sqrt{5} + 2)^2 - 4\sqrt{5}$ .

✓ Розв'язання.

а)  $\sqrt{50} - \sqrt{18} = \sqrt{25 \cdot 2} - \sqrt{9 \cdot 2} = 5\sqrt{2} - 3\sqrt{2} = 2\sqrt{2}$ .

б)  $(\sqrt{17} - 1)(\sqrt{17} + 1) = (\sqrt{17})^2 - 1 = 17 - 1 = 16$ .

$$в) (\sqrt{5} + 2)^2 - 4\sqrt{5} = (\sqrt{5})^2 + 2\sqrt{5} \cdot 2 + 4 - 4\sqrt{5} = 9.$$

Відповідь. а)  $2\sqrt{2}$ ; б) 16; в) 9.

2. Розкладіть на множники вираз:

а)  $\sqrt{28} - \sqrt{2}$ ;      б)  $n + \sqrt{n}$ ;      в)  $a - 1$ , якщо  $a > 1$ .

✓ Розв'язання.

а)  $\sqrt{28} - \sqrt{2} = \sqrt{2 \cdot 14} - \sqrt{2} = \sqrt{2} \cdot \sqrt{14} - \sqrt{2} = \sqrt{2}(\sqrt{14} - 1)$ ;

б)  $n + \sqrt{n} = \sqrt{n} \cdot \sqrt{n} + \sqrt{n} = \sqrt{n}(\sqrt{n} + 1)$ ;

в) якщо  $a$  — число додатне, то  $a = (\sqrt{a})^2$ . Тому

$$a - 1 = (\sqrt{a})^2 - 1 = (\sqrt{a} - 1)(\sqrt{a} + 1).$$

Відповідь. а)  $\sqrt{2}(\sqrt{14} - 1)$ ; б)  $\sqrt{n}(\sqrt{n} + 1)$ ;

в)  $(\sqrt{a} - 1)(\sqrt{a} + 1)$ .

3. Звільніться від ірраціональності в знаменнику дробу:

а)  $\frac{4}{\sqrt{6}}$ ;      б)  $\frac{c}{\sqrt{a} + \sqrt{b}}$ .

✓ Розв'язання.

а)  $\frac{4}{\sqrt{6}} = \frac{4 \cdot \sqrt{6}}{\sqrt{6} \cdot \sqrt{6}} = \frac{4\sqrt{6}}{6} = \frac{2\sqrt{6}}{3}$ ;

б)  $\frac{c}{\sqrt{a} + \sqrt{b}} = \frac{c(\sqrt{a} - \sqrt{b})}{(\sqrt{a} + \sqrt{b})(\sqrt{a} - \sqrt{b})} = \frac{c(\sqrt{a} - \sqrt{b})}{a - b}$ .

Відповідь. а)  $\frac{2\sqrt{6}}{3}$ ; б)  $\frac{c(\sqrt{a} - \sqrt{b})}{a - b}$ .

### Виконайте усно

760. Спростіть вираз:

а)  $2\sqrt{5} + 7\sqrt{5}$ ;      б)  $8\sqrt{3} - 4\sqrt{3}$ ;      в)  $13 - 3\sqrt{13}$ .

761. Знайдіть суму, різницю, добуток і частку чисел:

а)  $6\sqrt{2}$  і  $3\sqrt{2}$ ;      б)  $-10\sqrt{3}$  і  $5\sqrt{3}$ .

762. Знайдіть квадрат числа: а)  $\sqrt{23}$ ; б)  $3\sqrt{2}$ ; в)  $-\sqrt{0,4}$ .

763. Піднесіть до квадрата вираз:

а)  $\sqrt{7}$ ; б)  $\sqrt{8}$ ; в)  $-\sqrt{31}$ ; г)  $-0,1\sqrt{0,1}$ .

764. Винесіть множник з-під знака кореня:

а)  $\sqrt{12}$ ; б)  $\sqrt{18}$ ; в)  $\sqrt{32}$ ; г)  $\sqrt{98}$ ; ґ)  $\sqrt{500}$ .

765. Внесіть множник під знак кореня:

а)  $5\sqrt{3}$ ; б)  $6\sqrt{6}$ ; в)  $-3\sqrt{2}$ ; г)  $7\sqrt{10}$ .

Рівень **A**

Винесіть множник з-під знака кореня (766—768).

766. а)  $\sqrt{250}$ ; б)  $\sqrt{490}$ ; в)  $\sqrt{5000}$ ; г)  $\sqrt{1600}$ ;

ґ)  $\sqrt{6000}$ ; д)  $-\sqrt{7200}$ ; е)  $-\sqrt{7500}$ ; є)  $\sqrt{17500}$ .

767. а)  $\sqrt{242}$ ; б)  $\sqrt{363}$ ; в)  $\sqrt{484}$ ; г)  $\sqrt{847}$ ;

ґ)  $\sqrt{605}$ ; д)  $\sqrt{882}$ ; е)  $\sqrt{720}$ ; є)  $\sqrt{2178}$ .

768. а)  $\sqrt{2,5}$ ; б)  $\sqrt{12,1}$ ; в)  $\sqrt{6,75}$ ; г)  $\sqrt{28,88}$ .

Внесіть множник під знак кореня (769—773).

769. а)  $2\sqrt{3}$ ; б)  $3\sqrt{10}$ ; в)  $12\sqrt{2}$ ; г)  $2\sqrt{21}$ ;

ґ)  $0,1\sqrt{10}$ ; д)  $0,2\sqrt{5}$ ; е)  $1,2\sqrt{0,1}$ .

770. а)  $11\sqrt{11}$ ; б)  $5\sqrt{3}$ ; в)  $10\sqrt{7}$ ;

ґ)  $0,1\sqrt{0,1}$ ; г)  $1,5\sqrt{2}$ ; д)  $2,5\sqrt{10}$ .


771. а)  $0,3\sqrt{10}$ ; б)  $0,2\sqrt{35}$ ; в)  $0,04\sqrt{65}$ ;

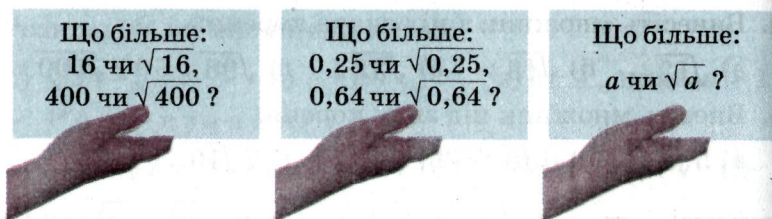
ґ)  $0,5\sqrt{0,2}$ ; г)  $0,2\sqrt{0,5}$ ; д)  $\sqrt{1,2} \cdot 1,5$ .

772. а)  $\frac{1}{2}\sqrt{\frac{2}{3}}$ ; б)  $3\sqrt{\frac{2}{3}}$ ; в)  $1\frac{1}{2}\sqrt{\frac{2}{33}}$ ;

ґ)  $\frac{1}{2}\sqrt{2}$ ; г)  $\frac{2}{3}\sqrt{\frac{3}{2}}$ ; д)  $\frac{3}{5}\sqrt{\frac{3}{5}}$ .

773. а)  $1\frac{1}{5}\sqrt{2\frac{1}{2}}$ ; б)  $2\frac{1}{4}\sqrt{5\frac{1}{3}}$ ; в)  $3\frac{2}{5}\sqrt{\frac{5}{17}}$ .


 **774.** Дайте відповідь на запитання, наведені на малюнку. Спробуйте зробити узагальнення.



Мал. 46

Порівняйте значення виразів (775—777).

**775.** а)  $2\sqrt{3}$  і  $\sqrt{15}$ ; б)  $3\sqrt{2}$  і  $\sqrt{17}$ ; в)  $\sqrt{26}$  і  $3\sqrt{3}$ .


 **776.** а)  $3\sqrt{5}$  і  $5\sqrt{3}$ ; б)  $4\sqrt{10}$  і  $10\sqrt{2}$ ;  
в)  $1,5\sqrt{1,1}$  і  $1,3\sqrt{1,2}$ ; г)  $3\sqrt{7}$  і  $6\sqrt{2}$ .

**777.** а)  $\frac{2}{3}\sqrt{27}$  і  $7\sqrt{\frac{2}{3}}$ ; б)  $0,2\sqrt{150}$  і  $\frac{1}{3}\sqrt{54}$ .

Виконайте дії (778—783).


**778.** а)  $(\sqrt{12} + \sqrt{75}) \cdot \sqrt{3}$ ; б)  $(\sqrt{18} - \sqrt{50}) \cdot \sqrt{2}$ ;

в)  $(4\sqrt{3} - \sqrt{24}) \cdot \sqrt{12}$ ; г)  $(2\sqrt{18} + \sqrt{12}) \cdot \sqrt{8}$ .


 **779.** а)  $(\sqrt{20} + \sqrt{45}) \cdot \sqrt{5}$ ; б)  $(\sqrt{63} - \sqrt{28}) \cdot \sqrt{7}$ ;  
в)  $(7\sqrt{3} + 5\sqrt{2}) \cdot \sqrt{6}$ ; г)  $(5\sqrt{12} - 3\sqrt{3}) \cdot 2\sqrt{3}$ .

**780.** а)  $(\sqrt{7} - 2)(\sqrt{7} + 3)$ ; б)  $(2 - \sqrt{3})(5 - 2\sqrt{3})$ ;

в)  $(3 + \sqrt{5})(3 - \sqrt{5})$ ; г)  $(\sqrt{7} - 2)(\sqrt{7} + 2)$ .

 **781.** а)  $(2 - \sqrt{3})(4 + 2\sqrt{3})$ ; б)  $(6 - 3\sqrt{2})(2 - \sqrt{2})$ ;  
в)  $(2\sqrt{3} + 1)(2\sqrt{3} - 1)$ ; г)  $(4 + 3\sqrt{7})(3\sqrt{7} - 4)$ .

**782.** а)  $(1 + \sqrt{3})^2$ ; б)  $(3 - \sqrt{5})^2$ ;  
в)  $(\sqrt{3} + \sqrt{2})^2 - 2\sqrt{6}$ ; г)  $(\sqrt{5} - \sqrt{2})^2 + 2\sqrt{10}$ .

 **783.** а)  $(2\sqrt{3} - \sqrt{5})^2$ ; б)  $(3\sqrt{2} + 5\sqrt{3})^2$ ;  
в)  $(\sqrt{5} - 1)^2 + \sqrt{20}$ ; г)  $(1 + \sqrt{3})^2 - \sqrt{12}$ .

784. Винесіть множник з-під знака кореня, якщо  $a > 0$ :

а)  $\sqrt{2a^2}$ ; б)  $\sqrt{12a^2}$ ; в)  $3\sqrt{a^3}$ ; г)  $\sqrt{8a^4}$ .

785. Винесіть множник з-під знака кореня, якщо  $x > 0, y > 0$ :

а)  $\sqrt{3x^2}$ ; б)  $\sqrt{7y^4}$ ; в)  $\sqrt{2x^3}$ ; г)  $\sqrt{9x^5}$ .

786. Внесіть множник під знак кореня, якщо  $x > 0$ :

а)  $2x\sqrt{3}$ ; б)  $x\sqrt{2x}$ ; в)  $x^2\sqrt{5}$ ; г)  $3x^3\sqrt{x}$ .

787. Внесіть множник під знак кореня, якщо  $x > 0, y > 0$ :

а)  $x\sqrt{2}$ ; б)  $y\sqrt{3}$ ; в)  $2x^2\sqrt{x}$ ; г)  $3y\sqrt{x}$ .

Звільніться від ірраціональності в знаменнику дробу (788—791).

788. а)  $\frac{x}{\sqrt{5}}$ ; б)  $\frac{3}{\sqrt{a}}$ ; в)  $\frac{7}{3\sqrt{2}}$ ; г)  $\frac{6}{5\sqrt{12}}$ .

789. а)  $\frac{a}{\sqrt{3}}$ ; б)  $\frac{1}{\sqrt{x}}$ ; в)  $\frac{a}{\sqrt{b}}$ ; г)  $\frac{3}{2\sqrt{5}}$ .

790. а)  $\frac{2}{\sqrt{2}-\sqrt{3}}$ ; б)  $\frac{c}{1-\sqrt{3}}$ ; в)  $\frac{1}{\sqrt{2}+x}$ ; г)  $\frac{x}{1-\sqrt{x}}$ .

791. а)  $\frac{m}{1-\sqrt{5}}$ ; б)  $\frac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{5}}$ ; в)  $\frac{a}{1+\sqrt{c}}$ ; г)  $\frac{1}{\sqrt{a}-\sqrt{b}}$ .

## Рівень Б

Порівняйте значення виразів (792—793).

792. а)  $-3\sqrt{10}$  і  $-2\sqrt{22}$ ; б)  $-1,5\sqrt{10}$  і  $-2\sqrt{5}$ .

793. а)  $-1,5\sqrt{2}$  і  $-2\sqrt{1,1}$ ; б)  $-0,2\sqrt{0,1}$  і  $-0,1\sqrt{0,2}$ .

794. Що більше:

а)  $\sqrt{5} \cdot \sqrt{235} \cdot \sqrt{6}$  чи  $\sqrt{3} \cdot \sqrt{237} \cdot \sqrt{10}$ ;

б)  $\sqrt{0,2} \cdot \sqrt{0,03} \cdot \sqrt{0,006}$  чи  $\sqrt{0,3} \cdot \sqrt{0,06} \cdot \sqrt{0,002}$ ?

795. Що більше: сума десяти доданків  $\sqrt{2} + \sqrt{2} + \sqrt{2} + \dots + \sqrt{2}$  чи добуток десяти множників  $\sqrt{2} \cdot \sqrt{2} \cdot \sqrt{2} \cdot \dots \cdot \sqrt{2}$ ?


Виконайте дії (796 — 799).

796. а)  $\sqrt{48} - \sqrt{300} + \sqrt{75}$  ;

б)  $\sqrt{72} \cdot \sqrt{50} + 2\sqrt{18}$  ;

в)  $\sqrt{200} + \sqrt{8} - \sqrt{32}$  ;

г)  $3\sqrt{8} + \sqrt{98} - \sqrt{2}$  .

 797. а)  $\sqrt{12} - \sqrt{75} + \sqrt{48}$  ;

б)  $\sqrt{150} - \sqrt{54} + \sqrt{24}$  ;

в)  $\sqrt{2} \cdot (\sqrt{50} + \sqrt{32})$  ;

г)  $2\sqrt{10} \cdot (\sqrt{45} - \sqrt{80})$  .

798. а)  $(\sqrt{30} + \sqrt{24}) \cdot \sqrt{6}$  ;

б)  $(\sqrt{60} - \sqrt{15}) \cdot \sqrt{15}$  ;

в)  $(\sqrt{125} - 2\sqrt{5}) \cdot \sqrt{10} + \sqrt{32}$  ;

г)  $(7\sqrt{3} + \sqrt{6}) \cdot \sqrt{6} - \sqrt{800}$  .

799. а)  $(\sqrt{45} - \sqrt{20}) : \sqrt{5}$  ;

б)  $(\sqrt{28} + \sqrt{63}) : \sqrt{7}$  ;


в)  $\frac{3\sqrt{28} + 2\sqrt{175}}{2\sqrt{112}}$  ;

г)  $\frac{7\sqrt{108} - \sqrt{12}}{2\sqrt{75}}$  .

Обчисліть (800—801).


800. а)  $(3\sqrt{32} + \sqrt{162} - 2\sqrt{288}) \cdot \sqrt{2} + 15$  ;

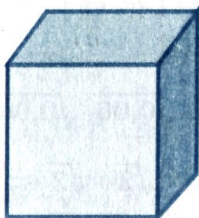
б)  $(4\sqrt{12} - 6\sqrt{48} + 5\sqrt{27}) \cdot \sqrt{3} - 12$  .

 801. а)  $(2\sqrt{320} - 7\sqrt{20} - \sqrt{45})^2 + 20$  ;

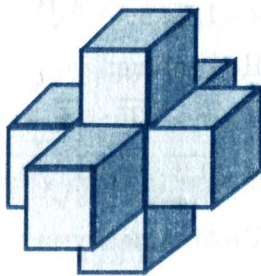
б)  $(4\sqrt{150} - 6\sqrt{54} + 2\sqrt{96})^2 - 20$  .

802. Площа поверхні куба дорівнює  $37,5 \text{ дм}^2$  (мал. 47). Знайдіть довжину його ребра.

 803. Площа поверхні тіла, складеного із семи рівних кубів (мал. 48), дорівнює  $480 \text{ см}^2$ . Знайдіть довжину ребра такого куба.



Мал. 47



Мал. 48



804. Внесіть множник з-під знака кореня, якщо  $x < 0$ :

а)  $\sqrt{2x^2}$ ; б)  $\sqrt{20x^4}$ ; в)  $\frac{2}{x}\sqrt{x^2c}$ ; г)  $\sqrt{x^6m}$ .

805. Внесіть множник з-під знака кореня, якщо  $a < 0, c < 0$ :

а)  $\sqrt{12a^4}$ ; б)  $\sqrt{3c^{10}}$ ; в)  $-\sqrt{-18a^7}$ ; г)  $-\sqrt{32c^8}$ ;

г)  $\sqrt{-48a^{11}c^2}$ ; д)  $\sqrt{60a^7c^9}$ ; е)  $\sqrt{\frac{20a^4}{-9c}}$ ; є)  $\sqrt{\frac{27a^{16}}{16c^6}}$ .

806. Внесіть множник під знак кореня, якщо  $c < 0$ :

а)  $c\sqrt{a}$ ; б)  $c^2\sqrt{a}$ ; в)  $c^3\sqrt{x}$ ; г)  $c^4\sqrt{p}$ .

807. Внесіть множник під знак кореня, якщо  $m < 0$ :

а)  $m\sqrt{m^2}$ ; б)  $2m\sqrt{\frac{1}{m^2}}$ ; в)  $m^2\sqrt{\frac{3}{m^4}}$ ; г)  $m^3\sqrt{\frac{1}{m^8}}$ .

Спростіть вираз (808—816).

808. а)  $2\sqrt{a} + 3\sqrt{a} - 4\sqrt{a}$ ; б)  $2\sqrt{x} + y\sqrt{x} - \sqrt{4x}$ .

809. а)  $\sqrt{25a} - \sqrt{64a} + \sqrt{9a}$ ; б)  $9\sqrt{p} - \sqrt{9p} + \sqrt{16p}$ .

810. а)  $2\sqrt{20x} - \sqrt{5x} - \sqrt{45x}$ ; б)  $\sqrt{18p} - \sqrt{8p} + \sqrt{81}$ .

811. а)  $(\sqrt{a} - 1)(\sqrt{a} + 2)$ ; б)  $(\sqrt{x} + 2)(3 + \sqrt{x})$ .

812. а)  $\sqrt{a}(\sqrt{a} - 2) + 2\sqrt{a}$ ; б)  $(3 - 2\sqrt{x})\sqrt{x} - 3\sqrt{x}$ .

813. а)  $(-b + \sqrt{x})(-b - \sqrt{x})$ ; б)  $(b - \sqrt{b^2 - 4ac})(b + \sqrt{b^2 - 4ac})$ .

814. а)  $\sqrt{a}(\sqrt{a} - \sqrt{x}) + \sqrt{ax}$ ; б)  $\sqrt{xy} - \sqrt{x}(\sqrt{x} + \sqrt{y})$ .

815. а)  $(a - b):(\sqrt{a} - \sqrt{b})$ ; б)  $(x - y):(\sqrt{x} + \sqrt{y})$ .

816. а)  $(4a^2 - x):(2a - \sqrt{x})$ ; б)  $(x^4 - 9z):(x^2 + 3\sqrt{z})$ .

Розкладіть на множники вираз (817—819).


817. а)  $\sqrt{35} - \sqrt{5}$ ; б)  $\sqrt{35} - \sqrt{7}$ ; в)  $7 - \sqrt{7}$ .

818. а)  $a + \sqrt{a}$ ; б)  $x\sqrt{y} - \sqrt{x}$ ; в)  $a\sqrt{c} - c\sqrt{a}$ .

819. а)  $a^2 - c$ ; б)  $a - c$ ; в)  $x - 2$ .

Скоротіть дріб (820—822).

820. а)  $\frac{\sqrt{a}-1}{a-1}$ ; б)  $\frac{\sqrt{x}-\sqrt{z}}{x-z}$ ; в)  $\frac{a+\sqrt{2}}{a^2-2}$ .


 821. а)  $\frac{\sqrt{a}+1}{\sqrt{a}+a}$ ; б)  $\frac{\sqrt{a}+\sqrt{x}}{a\sqrt{x}+x\sqrt{a}}$ ; в)  $\frac{a+2\sqrt{a}+1}{a-1}$ .

822. а)  $\frac{x-6\sqrt{x}+9}{x-9}$ ; б)  $\frac{(\sqrt{3}+1)^2}{2+\sqrt{3}}$ ; в)  $\frac{(\sqrt{7}-1)^2}{\sqrt{7}-4}$ .

Звільніть від ірраціональності знаменник дробу (823—825).

823. а)  $\frac{2a}{\sqrt{2ax}}$ ; б)  $\frac{1}{2-\sqrt{3}}$ ; в)  $\frac{a}{\sqrt{a}-\sqrt{c}}$ ; г)  $\frac{3}{\sqrt{11}+\sqrt{2}}$ .

824. а)  $\frac{\sqrt{2}-1}{\sqrt{2}+1}$ ; б)  $\frac{a+1}{\sqrt{a+3}-2}$ ; в)  $\frac{x}{\sqrt{1-x}-\sqrt{1-2x}}$ ; г)  $\frac{10}{\sqrt{6}+1}$ .

 825. а)  $\frac{5}{\sqrt{x+3}}$ ; б)  $\frac{a}{\sqrt{a}-\sqrt{x}}$ ; в)  $\frac{\sqrt{5}+\sqrt{2}}{\sqrt{2}-\sqrt{5}}$ ; г)  $\frac{\sqrt{12}-\sqrt{8}}{\sqrt{3}+\sqrt{2}}$ .

826. Доведіть, що:


а)  $\left(\sqrt{5+\sqrt{24}} + \sqrt{5-\sqrt{24}}\right)^2 = 12$ ;

б)  $\left(\sqrt{6+\sqrt{20}} - \sqrt{6-\sqrt{20}}\right)^2 = 4$ .

827. Порівняйте числа:

а)  $\sqrt{7} + \sqrt{3}$  і  $\sqrt{19}$ ; б)  $6 - \sqrt{15}$  і  $\sqrt{37} - \sqrt{14}$ ;

в)  $\sqrt{3} + \sqrt{19}$  і  $\sqrt{7} + \sqrt{10}$ ; г)  $\sqrt{7} - \sqrt{5}$  і  $\sqrt{17} - \sqrt{15}$ .

 828. Що більше:  $\sqrt{2003} - \sqrt{2001}$  чи  $\sqrt{2004} - \sqrt{2002}$ ?

829. Знайдіть суму, різницю, добуток і частку виразів:

$$\frac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \quad \text{і} \quad \frac{-b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

830. Спростіть вираз:

а)  $\left(\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{a}-\sqrt{b}} - \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{a}+\sqrt{b}}\right) \cdot \frac{(b-a)^2}{\sqrt{ab}}$ ;

$$\text{б) } \left( \frac{1}{x+x\sqrt{y}} + \frac{1}{x-x\sqrt{y}} \right) : \frac{2}{y-1}.$$

831\*. Доведіть рівності індійського математика А. Бхаскара (1114 – 1185):

$$\text{а) } \sqrt{5+\sqrt{24}} = \sqrt{2} + \sqrt{3};$$

$$\text{б) } \frac{\sqrt{9} + \sqrt{54} + \sqrt{450} + \sqrt{75}}{5 + \sqrt{3}} = 3\sqrt{2} + \sqrt{3};$$

$$\text{в) } \sqrt{10 + \sqrt{24} + \sqrt{40} + \sqrt{60}} = \sqrt{2} + \sqrt{3} + \sqrt{5}.$$

832\*. Задача французького математика Ж. Л. Ф. Бертра (1822–1900). Доведіть, що

$$\frac{2+\sqrt{3}}{\sqrt{2}+\sqrt{2+\sqrt{3}}} + \frac{2-\sqrt{3}}{\sqrt{2}-\sqrt{2-\sqrt{3}}} = \sqrt{2}.$$

### ВПРАВИ ДЛЯ ПОВТОРЕННЯ

833. Знайдіть квадрат і куб числа: а)  $2,1 \cdot 10^6$ ; б)  $8,3 \cdot 10^{-5}$ .

834. Побудуйте графік рівняння  $x^2 - y = 0$ .

835. Розв'яжіть систему рівнянь:

$$\text{а) } \begin{cases} \frac{x+y}{3} + x = 15, \\ y - \frac{y-x}{5} = 6; \end{cases} \quad \text{б) } \begin{cases} \frac{x-y}{2} + y = 4, \\ x - \frac{y-x}{3} = 9; \end{cases} \quad \text{в) } \begin{cases} x+y=7, \\ |x-y|=5. \end{cases}$$

836. Один із кутів трикутника дорівнює  $50^\circ$ , а різниця двох інших —  $50^\circ$ . Знайдіть міри цих кутів.

## §18. Функція $y = \sqrt{x}$

Ви вже знаєте, що площа квадрата є функцією довжини його сторони:  $S = a^2$ . У даному параграфі ми з'ясуємо, як залежить довжина сторони квадрата від зміни його площі. Для цього розв'яжемо рівняння  $a^2 = S$  ( $S > 0$ ,  $a > 0$ ), використавши означення арифметичного кореня.

