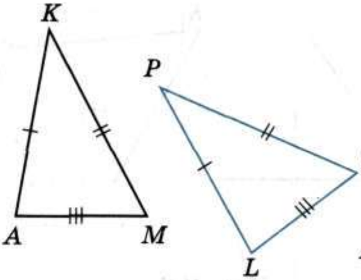
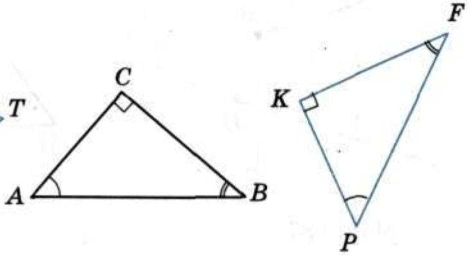


Мал. 191



Мал. 192

*241*②. Відомо, що $\triangle PMT = \triangle DCF$, $\angle P = 42^\circ$, $\angle C = 91^\circ$, $\angle T = 47^\circ$. Знайдіть невідомі кути трикутників PMT і DCF.

242③. 1) Периметри двох трикутників рівні. Чи рівні ці трикутники?
2) Периметр одного трикутника більший від периметра другого. Чи можуть ці трикутники бути рівними?

243③. Відомо, що $\triangle ABC = \triangle CBA$. Чи є у трикутника ABC рівні сторони?

*244*③. Відомо, що $\triangle MNK = \triangle MKN$. Чи є у трикутника MNK рівні кути?

245④. Дано: $\triangle ABC = \triangle BCA$. Знайдіть периметр трикутника ABC, якщо $AB = 5$ см.

*246*④. Дано: $\triangle PKL = \triangle KLP$. Знайдіть PK, якщо периметр трикутника PKL дорівнює 24 см.

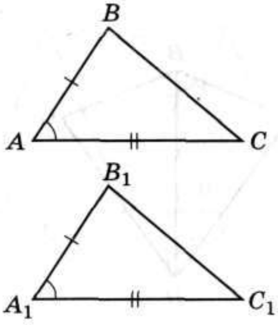
247③. 1) На прямій позначено 10 точок так, що відстань між кожними двома сусідніми точками дорівнює 5 см. Знайдіть відстань між крайніми точками.
2) На прямій позначили 8 точок на однаковій відстані між кожними двома сусідніми. Відстань між крайніми точками дорівнює 112 см. Знайдіть відстань між двома сусідніми точками.

248③. Розгорнутий кут поділено променями на три кути, один з яких удвічі менший за другий і утричі менший за третій. Визначте градусні міри цих кутів.

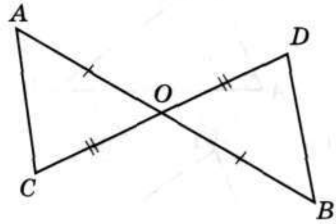
Урок 19

§ 13. ПЕРША ТА ДРУГА ОЗНАКИ РІВНОСТІ ТРИКУТНИКІВ

Рівність двох трикутників можна встановити, не накладаючи один трикутник на другий, а порівнюючи лише деякі їх елементи. Це важливо для практики, наприклад для встанов-



Мал. 193



Мал. 194

лення рівності двох земельних ділянок трикутної форми, які не можна накласти одна на одну.

Під час розв'язування багатьох теоретичних і практичних задач зручно використовувати *ознаки рівності трикутників*.

Теорема 1 (перша ознака рівності трикутників). ***Якщо дві сторони і кут між ними одного трикутника дорівнюють відповідно двом сторонам і куту між ними другого трикутника, то такі трикутники рівні.***

Доведення. Розглянемо трикутники ABC і $A_1B_1C_1$, у яких $AB = A_1B_1$, $AC = A_1C_1$ і $\angle A = \angle A_1$ (мал. 193).

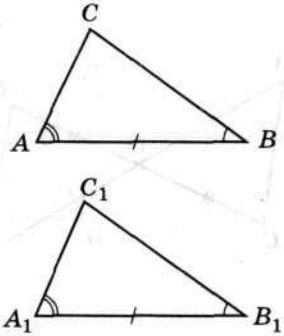
Оскільки $\angle A = \angle A_1$, то трикутник ABC можна накласти на трикутник $A_1B_1C_1$ так, що вершина A суміститься з вершиною A_1, сторона AB накладеться на промінь A_1B_1, а сторона AC — на промінь A_1C_1. Оскільки $AB = A_1B_1$ і $AC = A_1C_1$, то сумістяться точки B і B_1, C і C_1. У результаті три вершини трикутника ABC сумістилися з відповідними вершинами трикутника $A_1B_1C_1$. Отже, трикутники ABC і $A_1B_1C_1$ повністю сумістилися. Тому $\triangle ABC = \triangle A_1B_1C_1$. Теорему доведено.

Задача 1. Відрізки AB і CD перетинаються в точці O так, що точка O є серединою кожного з них. Довести рівність трикутників AOC і BOD.

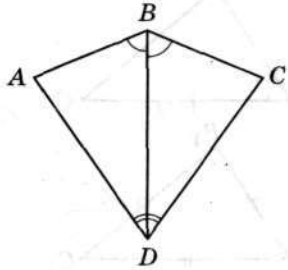
Доведення (мал. 194). За умовою задачі $AO = OB$ і $CO = OD$. Крім того, $\angle AOC = \angle BOD$ (як вертикальні). Тому за першою ознакою рівності трикутників $\triangle AOC = \triangle BOD$.

Теорема 2 (друга ознака рівності трикутників). ***Якщо сторона і два прилеглих до неї кути одного трикутника дорівнюють відповідно стороні і двом прилеглим до неї кутам другого трикутника, то такі трикутники рівні.***

Доведення. Розглянемо трикутники ABC і $A_1B_1C_1$, у яких $AB = A_1B_1$, $\angle A = \angle A_1$ і $\angle B = \angle B_1$ (мал. 195).



Мал. 195



Мал. 196

Оскільки $AB = A_1B_1$, то трикутник ABC можна накласти на трикутник $A_1B_1C_1$ так, що вершина A суміститься з вершиною A_1, вершина B — з вершиною B_1, а вершини C і C_1 опиняться по один бік від прямої A_1B_1. $\angle A = \angle A_1$ і $\angle B = \angle B_1$, тому при цьому накладанні промінь AC накладеться на промінь A_1C_1, а промінь BC — на промінь B_1C_1. Тоді точка C — спільна точка променів AC і BC — суміститься з точкою C_1 — спільною точкою променів A_1C_1 і B_1C_1. Отже, три вершини трикутника ABC сумістилися з відповідними вершинами трикутника $A_1B_1C_1$; трикутники ABC і $A_1B_1C_1$ повністю сумістилися. Тому $\triangle ABC = \triangle A_1B_1C_1$. Теорему доведено.

Задача 2. Довести рівність кутів A і C (мал. 196), якщо $\angle ADB = \angle CDB$ і $\angle ABD = \angle CBD$.

Доведення. Сторона BD є спільною стороною трикутників ABD і CBD. За умовою $\angle ADB = \angle CDB$ і $\angle ABD = \angle CBD$. Тому за другою ознакою рівності трикутників $\triangle ABD = \triangle CBD$. Рівними є всі відповідні елементи цих трикутників. Отже, $\angle A = \angle C$.

Сформулюйте і доведіть першу ознаку рівності трикутників. • Сформулюйте і доведіть другу ознаку рівності трикутників.

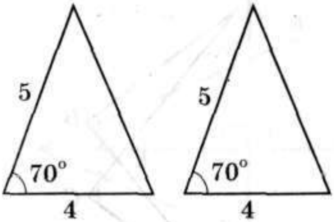
249①. (Усно.) Трикутники на малюнках 197, 198 рівні. За якою ознакою?

250①. Трикутники на малюнках 199, 200 рівні. За якою ознакою?

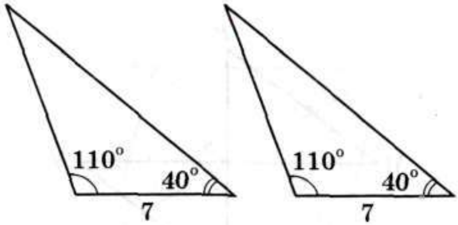
251①. Назвіть спільний елемент трикутників ABC і CDA (мал. 201) та трикутників KML і KNP (мал. 202).

252②. Доведіть рівність трикутників ABC і ADC, зображених на малюнку 203, якщо $BC = CD$ і $\angle ACB = \angle ACD$.

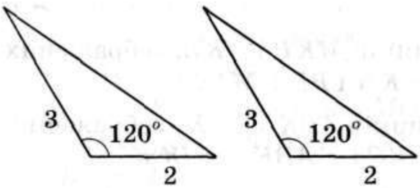
253②. Доведіть рівність трикутників ABK і CBK, зображених на малюнку 204, якщо $AB = BC$ і $BK \perp AC$.



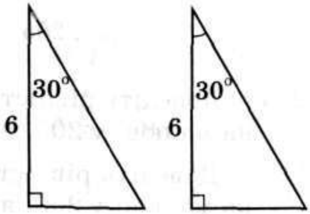
Мал. 197



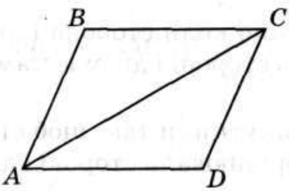
Мал. 198



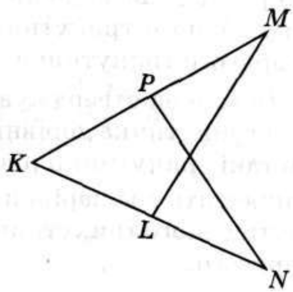
Мал. 199



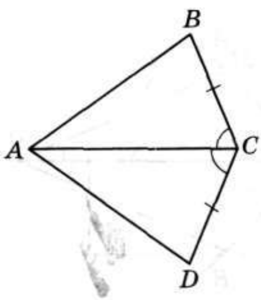
Мал. 200



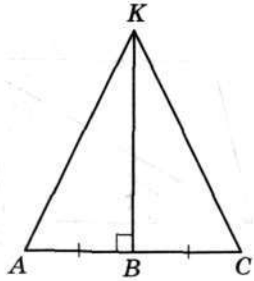
Мал. 201



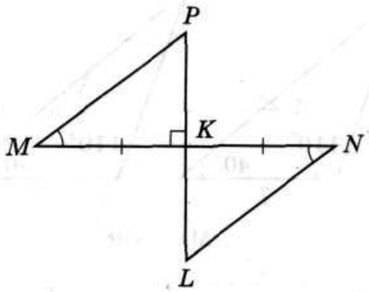
Мал. 202



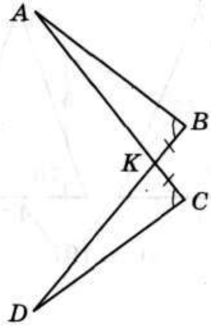
Мал. 203



Мал. 204



Мал. 205



Мал. 206

254②. Доведіть рівність трикутників MKP і NKL, зображених на малюнку 205, якщо $MK = KN$ і $PL \perp MN$.

255②. Доведіть рівність трикутників ABK і DCK, зображених на малюнку 206, якщо $KB = KC$ і $\angle ABK = \angle DCK$.

256③. 1) Чи можна стверджувати, що коли дві сторони і кут одного трикутника дорівнюють двом сторонам і куту другого трикутника, то такі трикутники рівні?

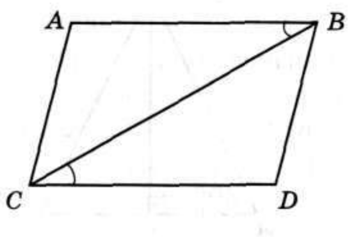
2) Накресліть два нерівних трикутники так, щоб дві сторони і кут одного трикутника дорівнювали двом сторонам і куту другого трикутника.

257③. 1) Чи можна стверджувати, що коли сторона і два кути одного трикутника дорівнюють стороні і двом кутам другого, то такі трикутники рівні?

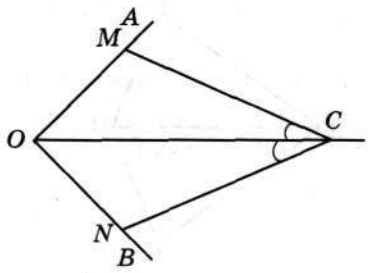
2) Накресліть два нерівних трикутники так, щоб сторона і два кути одного трикутника дорівнювали стороні і двом кутам другого.

Урок 20

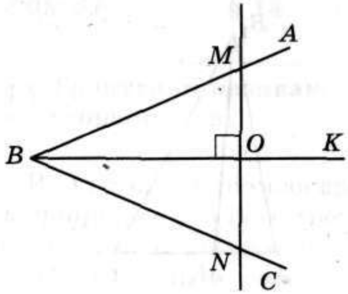
258②. Доведіть рівність трикутників ABC і DCB (мал. 207), якщо $AB = CD$ і $\angle ABC = \angle BCD$.



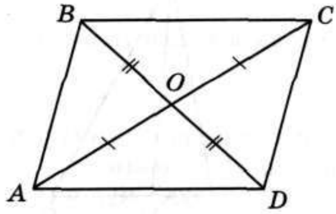
Мал. 207



Мал. 208



Мал. 209



Мал. 210

259②. Промінь OC — бісектриса кута AOB (мал. 208), $\angle OCM = \angle OCN$. Доведіть, що $\triangle OMC = \triangle ONC$.

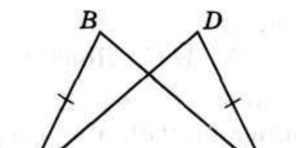
260③. Промінь BK — бісектриса кута ABC (мал. 209), $MN \perp BK$. Доведіть, що $MO = ON$.

261③. На малюнку 210 $AO = OC$, $BO = OD$. Доведіть, що $AB = CD$ і $BC = AD$.

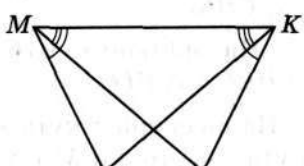
262③. Доведіть рівність трикутників ABC і CDA, зображених на малюнку 211, якщо $AB = CD$ і $\angle BAC = \angle DCA$.

263③. Доведіть рівність трикутників MKL і KMP, зображених на малюнку 212, якщо $\angle LMK = \angle PKM$ і $\angle LKM = \angle PMK$.

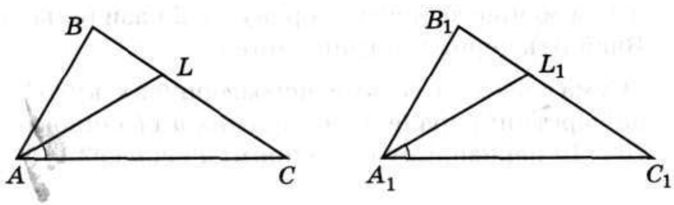
264③. На сторонах BC і B_1C_1 рівних трикутників ABC і $A_1B_1C_1$ позначено відповідно точки L і L_1 такі, що $\angle LAC = \angle L_1A_1C_1$ (мал. 213). Доведіть, що $\triangle ALC = \triangle A_1L_1C_1$.



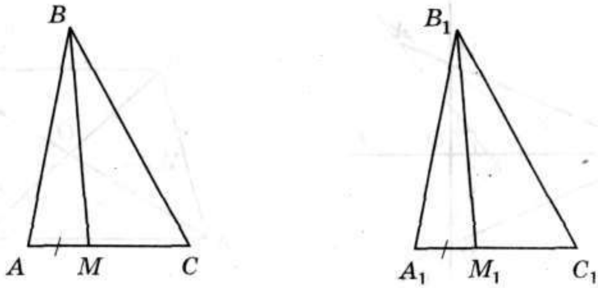
Мал. 211



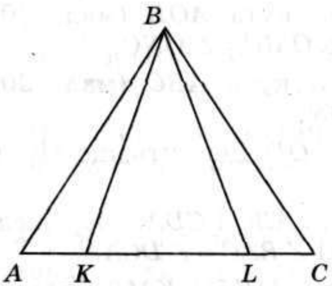
Мал. 212



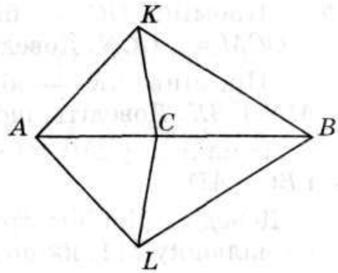
Мал. 213



Мал. 214



Мал. 215



Мал. 216

265③. На сторонах AC і A_1C_1 рівних трикутників ABC і $A_1B_1C_1$ позначено відповідно точки M і M_1 такі, що $AM = A_1M_1$ (мал. 214). Доведіть, що $\triangle ABM = \triangle A_1B_1M_1$.

266④. На малюнку 215 $\triangle ABK = \triangle CBL$. Доведіть, що $\triangle ABL = \triangle CBK$.

267④. На малюнку 216 $\triangle AKC = \triangle ALC$. Доведіть, що $\triangle BKC = \triangle BLC$.

268*. На бісектрисі кута A позначили точку B, а на сторонах кута такі точки M і N, що $\angle ABM = \angle ABN$. Доведіть, що $MN \perp AB$.

269③. Одна сторона трикутника дорівнює 4 дм, що на 13 см менше за другу сторону і у 2 рази більше за третю. Знайдіть периметр трикутника.

270④. Сума трьох із восьми нерозгорнутих кутів, утворених при перетині паралельних прямих a і b січною c, дорівнює 270°. Чи перпендикулярні прямі a і c; b і c?