Урок 23

§ 15. МЕДІАНА, БІСЕКТРИСА І ВИСОТА ТРИКУТНИКА. ВЛАСТИВІСТЬ БІСЕКТРИСИ РІВНОБЕДРЕНОГО ТРИКУТНИКА

У кожного трикутника є кілька відрізків, які мають спеціальні назви.

Медіаною трикутника **називають відрізок, що сполучає вершину трикутника із серединою протилежної сторони.**

На малюнку 231 відрізок AM_1 — медіана трикутника ABC. Точку M_1 називають основою медіани AM_1. Будь-який трикутник має три медіани. На малюнку 232 відрізки AM_1, BM_2, CM_3 — медіани трикутника ABC. Медіани трикутника мають цікаву властивість.

У будь-якому трикутнику медіани перетинаються в одній точці (вона називається ***центроїдом*** *трикутника) і в цій точці поділяються у відношенні* 2:1, *починаючи від вершини.*

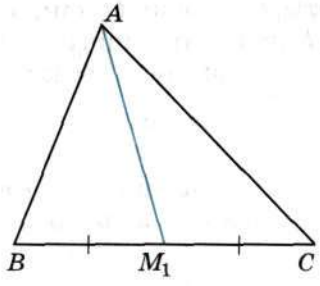
На малюнку 232 точка M — центроїд трикутника.

Цю властивість буде доведено у старших класах.

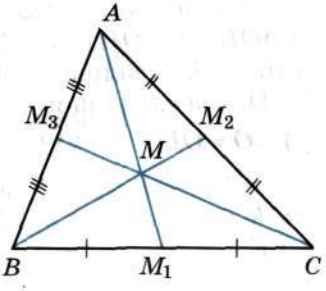
Бісектрисою трикутника **називають відрізок бісектриси кута трикутника, що сполучає вершину трикутника з точкою протилежної сторони.**

На малюнку 233 відрізок AL_1 — бісектриса трикутника ABC. Точку L_1 називають основою бісектриси AL_1. Будь-який трикутник має три бісектриси. На малюнку 234 відрізки AL_1, BL_2, CL_3 — бісектриси трикутника.

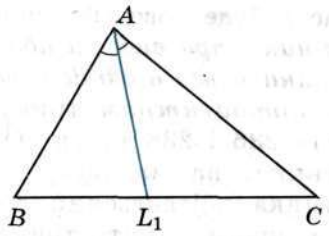
У § 23 ми доведемо, що *у будь-якому трикутнику бісектриси перетинаються в одній точці* (вона називається ***інцентром***).



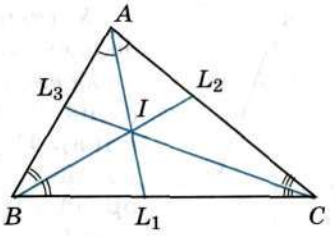
Мал. 231



Мал. 232



Мал. 233

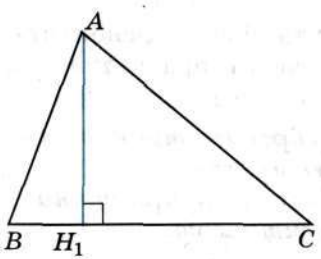


Мал. 234

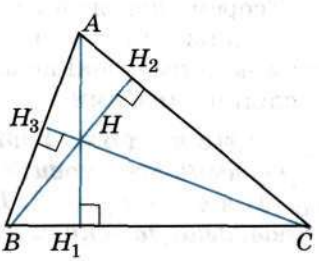
На малюнку 234 точка I — інцентр трикутника.

Висотою трикутника **називають перпендикуляр, проведений з вершини трикутника до прямої, що містить його протилежну сторону.**

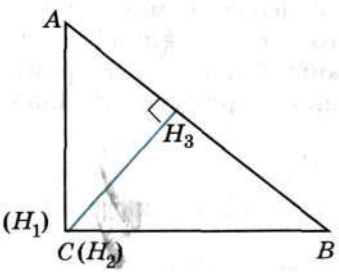
На малюнку 235 відрізок AH_1 — висота трикутника ABC. Точку H_1 називають основою висоти AH_1. Будь-який трикутник має три висоти. На малюнку 236 відрізки AH_1, BH_2, CH_3 — висоти гострокутного трикутника ABC, на малюнку 237 ці відрізки — висоти прямокутного трикутника ABC з прямим кутом C, а на малюнку 238 ці відрізки — висоти тупокутного трикутника ABC з тупим кутом A.



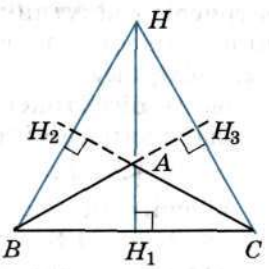
Мал. 235



Мал. 236



Мал. 237



Мал. 238

Мал. 239

У старших класах буде доведено, що *у будь-якому трикутнику три висоти або їх продовження перетинаються в одній точці* (вона називається ***ортоцентром*** трикутника). На малюнках 236 і 238 точка H — ортоцентр трикутника, на малюнку 237 ортоцентр трикутника збігається з точкою C — вершиною прямого кута трикутника ABC.

Розглянемо ще одну важливу властивість рівнобедреного трикутника.

Т е о р е м а (властив[illegible]. 231 Мал. 232

...вість бісектриси рівнобедреного три-
рівнобедреному трикутнику бісектриса, про-
нови, є медіаною і висотою.

н н я. Нехай ABC — рівнобедрений трикутник з
AN — його бісектриса (мал. 239). Доведемо, що
едіаною і висотою.
и $\angle BAN = \angle NAC$, $AB = AC$, а відрізок AN —
на трикутників ABN і CAN, то ці трикутники
ою ознакою.
$= NC$. Отже, AN — медіана трикутника.
аємо $\angle BNA = \angle CNA$. Оскільки ці кути суміжні
$NA = \angle CNA = 90^\circ$. Отже, AN є також висотою.
ведено.
бісектриса, медіана і висота рівнобедреного три-
едені до основи, збігаються, то справедливі такі
реми.

...ок 1. ***Медіана рівноб...***

кутника). ***У***
ведена до ос...

Д о в е д е
основою BC, ...
AN є також м...
1) Оскільк...
спільна сторо...
рівні за перш...
2) Тому BN...
3) Також м...
і рівні, то $\angle B$...
Теорему д...
Оскільки б...
кутника, про...
наслідки з тео...

Н а с л і...

...ектриси цього трикутника.

304②. Накресліть тупокутний трикутник. За допомогою креслярського косинця проведіть висоти цього трикутника.

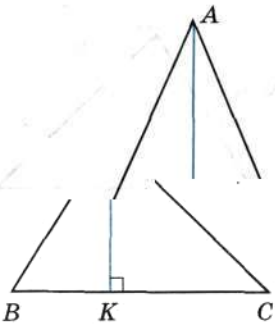
305②. Накресліть гострокутний трикутник. За допомогою креслярського косинця проведіть висоти цього трикутника.

306③. (Усно.) Які елементи (частини) трикутника сумістяться, якщо його перегнути по: 1) бісектрисі; 2) висоті?

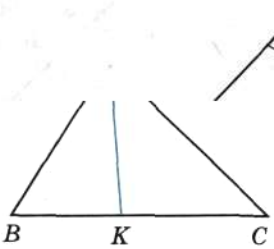
Урок 24

307②. На малюнку 244 відрізок AK — висота рівнобедреного трикутника ABC з основою BC. Запишіть три пари рівних кутів і дві пари рівних відрізків, зображених на цьому малюнку.

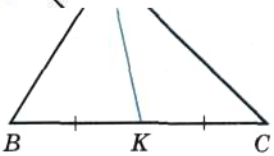
308②. На малюнку 245 відрізок EP — бісектриса рівнобедреного трикутника DEF з основою DF. Запишіть три пари рівних кутів і дві пари рівних відрізків, зображених на цьому малюнку.



Мал. 240



Мал. 241



Мал. 242

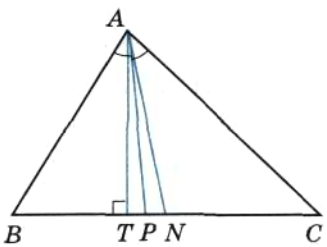
2) Як називається у $\triangle ABC$ відрізок AN, якщо $BN = NC$?

3) Як називається у $\triangle ABC$ відрізок AP, якщо $\angle BAP = \angle PAC$?

299①. У трикутнику ABC відрізок AK — висота (мал. 240). Чому дорівнюють кути BKA і CKA?

300①. У трикутнику ABC відрізок AK — бісектриса (мал. 241). Кут BAK дорівнює 35°. Чому дорівнює кут BAC?

301①. У трикутнику ABC відрізок AK — медіана (мал. 242). $BC = 10$ см. Знайдіть довжини відрізків BK і KC.



Мал. 243

302②. Накресліть трикутник. За допомогою лінійки з поділками проведіть медіани цього трикутника.

303②. Накресліть трикутник. За допомогою транспортира і лінійки проведіть бісектриси цього трикутника.

бісектриси рівних трикутників
C і $A_1B_1C_1$. Доведіть, що трикутники ADC і $A_1D_1C_1$
ні.

У рівнобедреному трикутнику ABC з основою AC прове-
но висоту BD. Знайдіть периметр трикутника ABC, якщо
$= 10$ см, а периметр трикутника ABD дорівнює 40 см.

У рівнобедреному трикутнику ABC з основою AB про-
ено медіану CK. Знайдіть її довжину, якщо периметр
икутника ACK дорівнює 12 см, а периметр трикутни-
ABC — 16 см.

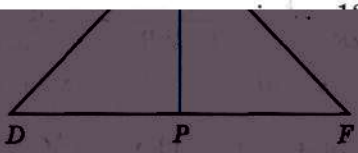
18*. Доведіть, що коли медіана трикутника є його бісек-
рисою, то трикутник рівнобедрений.

р и м і т к а. Твердження задачі 318 можна вважати озна-
ою рівнобедреного трикутника.

319②. Два з восьми кутів, що утворилися при перетині прямих a і b січною c, дорівнюють 30° і 140°. Чи можуть прямі a і b бути паралельними?

320②. Перим[illegible]

Мал. 244



Мал. 245

309②. (Усно.) Чому не можна стверджувати, що три висоти трикутника завжди перетинаються в одній точці?

***310*②. У трикутнику ABC кути B і C — рівні. Бісектриса якої із сторін є одночасно медіаною і висотою?**

311③. Доведіть, що коли бісектриса трикутника є його висотою, то трикутник рівнобедрений.

***312*③. Доведіть, що коли медіана трикутника є його висотою, то трикутник рівнобедрений.**

Примітка. Твердження задач 311—312 можна вважати ознаками рівнобедреного трикутника.

313③. Доведіть, що в рівнобедреному трикутнику медіани, проведені до бічних сторін, рівні.

***314*③. Доведіть, що в рівнобедреному трикутнику бісектриси, проведені до бічних сторін, рівні.**

315③. AD і A_1D_1 — відповідно бі[illegible]