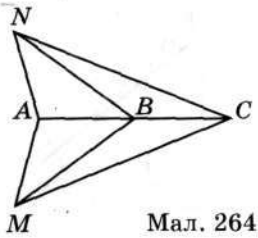
Додаткові завдання

10④. На малюнку 264 $\triangle ANB = \triangle AMB$. Доведіть, що $\triangle ANC = = \triangle AMC$.

11④. Відомо, що $\triangle MKL = \triangle KLM$. Знайдіть периметр трикутника MKL, якщо він на 10 см більший за сторону MK.

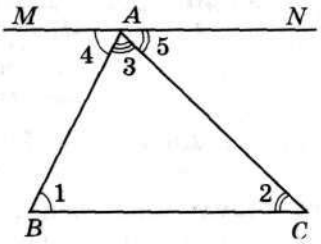


Мал. 264

Урок 27 § 17. СУМА КУТІВ ТРИКУТНИКА

Доведемо одну з найважливіших теорем геометрії.

Теорема (про суму кутів трикутника). ***Сума кутів трикутника дорівнює*** 180°.



Мал. 265

Доведення. Розглянемо трикутник ABC і доведемо, що $\angle A + \angle B + \angle C = 180^\circ$.

1) Проведемо через вершину A пряму MN, паралельну BC (мал. 265). Позначимо $\angle B = \angle 1$, $\angle C = \angle 2$, $\angle BAC = \angle 3$, утворені кути $\angle MAB = \angle 4$, $\angle NAC = \angle 5$. Кути 1 і 4 — внутрішні різносторонні кути при перетині паралельних прямих BC і MN січною AB, а кути 2 і 5 — внутрішні різносторонні кути при перетині тих самих прямих січною AC. Тому $\angle 1 = \angle 4$ і $\angle 2 = \angle 5$.

2) Кути 3, 4 і 5 в сумі дорівнюють розгорнутому:

$$\angle 3 + \angle 4 + \angle 5 = 180^\circ.$$

Тоді, враховуючи, що $\angle 1 = \angle 4$, $\angle 2 = \angle 5$, маємо

$$\angle 3 + \angle 1 + \angle 2 = 180^\circ, \text{ або}$$

$$\angle A + \angle B + \angle C = 180^\circ, \text{ що і треба було довести.}$$

Наслідок. ***У будь-якому трикутн***

Тоді сума двох інших кутів (не гострих) не менша за 180°. трий кут.
чить доведеній теоремі. Наше припущення неправильне. Це супере
ожного трикутника принаймні два кути гострі, а тому Отже, у
к не може мати більше одного прямого або тупого кута. трикутни
вуючи цей наслідок, можна сказати, що гострокут- Врахо
утник має три гострих кути; прямокутний трикутник ний трик

має один прямий і два гострих кути; тупокутний трикутник має один тупий і два гострих кути.

Задача 1. Нехай бісектриси кутів B і C перетнулися в точці I. Довести, що $\angle BIC = 90^\circ + \frac{\angle A}{2}$.

Доведення. $\angle ICB = \frac{\angle ACB}{2}$; $\angle IBC = \frac{\angle ABC}{2}$ (мал. 266). Тоді $\angle BIC = 180^\circ - (\angle ICB + \angle IBC) = 180^\circ - \left(\frac{\angle ACB}{2} + \frac{\angle ABC}{2}\right) = 180^\circ - \frac{\angle ACB + \angle ABC}{2} = 180^\circ - \frac{180^\circ - \angle A}{2} = 180^\circ - 90^\circ + \frac{\angle A}{2} = 90^\circ + \frac{\angle A}{2}$ (скористалися тим, що сума кутів кожного з трикутників BCI і ABC дорівнює 180°), що і треба було довести.

Задача 2. Нехай висоти BH_2 і CH_3 гострокутного трикутника ABC перетнулися в точці H. $\angle A = \alpha$ (мал. 267). Знайти $\angle BHC$.

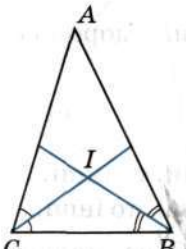
Розв'язання. Розглянемо трикутник H_2BC. $\angle H_2BC = 180^\circ - (90^\circ + \angle ACB) = 90^\circ - \angle ACB$. У $\triangle H_3CB$: $\angle H_3CB = 180^\circ - (90^\circ + \angle ABC) = 90^\circ - \angle ABC$. Тоді у $\triangle HCB$: $\angle BHC = 180^\circ - (\angle HBC + \angle HCB) = 180^\circ - (90^\circ - \angle ACB + 90^\circ - \angle ABC) = \angle ACB + \angle ABC = 180^\circ - \angle A = 180^\circ - \alpha$.

Отже, $\angle BHC = 180^\circ - \alpha$.

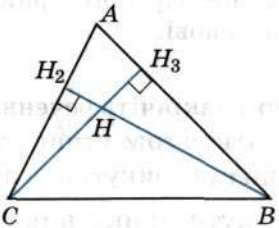
Відповідь. $180^\circ - \alpha$.

Задача 3. Медіана CN трикутника ABC дорівнює половині сторони AB. Довести, що трикутник ABC — прямокутний з прямим кутом C.

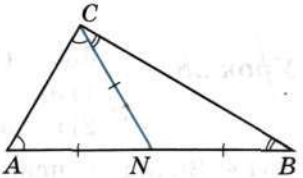
Доведення (мал. 268). Оскільки $CN = \frac{AB}{2}$ і N — середина відрізка AB, то $CN = AN = BN$. Отже, трикутники ANC і CNB — рівнобедрені. Тому $\angle A = \angle ACN$; $\angle B = \angle BCN$. Таким чином,



Мал. 266



Мал. 267



Мал. 268

360③. Знайдіть градусні міри кутів рівнобедреного трикутника, якщо кут при вершині на 24° більший за кут при основі.

361③. Доведіть, що кути при основі рівнобедреного трикутника гострі.

Урок 29

362②. Знайдіть кути трикутника MNL, якщо $\angle M + \angle N = 120^\circ$, $\angle M + \angle L = 140^\circ$.

363②. Знайдіть кути трикутника ABC, якщо $\angle A + \angle B = 100^\circ$, $\angle A + \angle C = 130^\circ$.

364③. Якщо один з кутів рівнобедреного трик... то інш...

351②. Знайдіть невідомі кути трикутника ABC на малюнках 269, 270.

376④. Кут при основі рівнобедреного трикутника дорівнює 72°. Бісектриса кута при основі цього трикутника дорівнює 5 см. Знайдіть основу трикутника.

377②. Точка K лежить між точками P і L. Знайдіть PK, якщо $PL = 56$ мм, а $KL = 3$ см. А...

...ин з кутів рівнобедреного трикутника ...о він є рівностороннім. Доведіть. (Розгдки.)

...в трикутника дорівнює 80°, а другий ...а третій. Знайдіть невідомі кути трикут-

...трикутника удвічі більший за другий. ...якщо третій кут дорівнює 36°.

...274 $AB = DC$, $\angle B = \angle C$. Доведіть, що

...ість трикутників ABC і $A_1B_1C_1$, якщо $\angle A_1$, $\angle B = \angle B_1$.

...два кути дорівнюють 46° і 64°. Знайдіть ..., яким належать бісектриси цих кутів.

...два кути дорівнюють 70° і 80°. Знайдіть ..., яким належать висоти цих кутів.

...рівнобедреного трикутника, якщо один з ...ює: 1) 12°; 2) 92°.

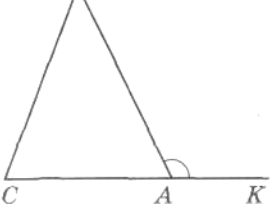
$\angle BAK$ — зовнішній кут трикутника ...ючи властивість суміжних кутів, BAC.

...вши теорему про суму кутів трикут- $- \angle BAC$. Тому $\angle BAK = \angle B +$ ...сти.

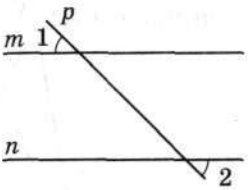
...ній кут три-...-якого внут-...ого з ним.

...ішніх кутів Знайти внут-...м, якщо вони

...кай $\angle BAK$ — (мал. 276),



Мал. 276



364③. Якщо ... дорівнює 60°, ... ляньте два випа...

365③. Один з кутів ... на 14° більший ... ника.

366③. Один з кутів ... Знайдіть ці кути.

367③. На малюнку ... $\triangle AOB = \triangle DOC$.

368③. Доведіть рів... $BC = B_1C_1$, $\angle A =$ ...

369③. У трикутнику ... кут між прямим...

370③. У трикутнику ... кут між прямим...

371③. Знайдіть кути ... його кутів дорів...

372③. Знайдіть кут... ...

ABC (мал. 276). Врахову... дістаємо: $\angle BAK = 180° - \angle$ ...

З іншого боку, врахува... ника, $\angle B + \angle C = 180°$ ... $+ \angle C$, що й треба було дов...

Наслідок. ***Зовніш... кутника більший від бу... рішнього кута, не суміж...***

Задача. Один із зов... трикутника дорівнює 120°. ... рішні кути, не суміжні з ни... відносяться, як 3:5.

Розв'язання. Не... зовнішній кут $\triangle ABC$ ...