

427³. Висота прямокутного трикутника, опущена на гіпотенузу, утворює з одним із катетів кут, що дорівнює 32° . Знайдіть гострі кути трикутника.

428³. Один з кутів, утворених при перетині бісектрис прямого і гострого кутів трикутника, дорівнює 115° . Знайдіть гострі кути даного трикутника.


429⁴. Доведіть, що два рівнобедрених трикутники рівні, якщо відповідно рівні їх бічні сторони і висоти, проведені до основ.

430⁴. У прямокутному трикутнику один з кутів дорівнює 60° , а сума гіпотенузи та меншого катета 30 см. Знайдіть довжину гіпотенузи та медіани, проведеної до неї.

431⁴. У прямокутному трикутнику гострий кут дорівнює 60° , а бісектриса цього кута — 4 см. Знайдіть довжину катета, який лежить проти цього кута.

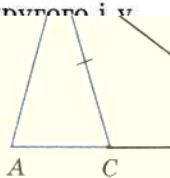
432⁴. Різниця градусних мір двох зовнішніх кутів при вершинах гострих кутів прямокутного трикутника дорівнює 20° . Знайдіть гострі кути трикутника.

433⁴. Знайдіть градусні міри гострих кутів прямокутного трикутника, якщо градусні міри зовнішніх кутів при цих вершинах відносяться, як 2:3.

 434³. Доведіть, що коли медіана трикутника ділить його на два трикутники з рівними периметрами, то хоча б два кути трикутника рівні.

435³. Один з кутів трикутника на 20° менший від прямого і у менша за суму двох інших сторін AC і CB .

1) Відкладемо на продовженні сторони AC відрізок CK , що дорівнює стороні BC (мал. 300). У рівнобедреному трикутнику BCK $\angle CBK = \angle CKB$.



Мал. 300

2) $\angle ABK > \angle CBK$, тому $\angle ABK > \angle AKB$. Оскільки у трикутнику проти більшого кута лежить більша сторона, то $AB < AK$. Але ж $AK = AC + CK = AC + BC$. Отже,

$$AB < AC + BC.$$


Аналогічно можна довести, що $AC < AB + BC$, $BC < AB + AC$. Теорему доведено.

Н а с л і д о к. *Кожна сторона трикутника більша за різницю двох інших сторін.*

Д о в е д е н н я. Віднявши від обох частин нерівності $AB < AC + BC$, наприклад AC , матимемо $AB - AC < BC$. Отже, $BC > AB - AC$. Аналогічно маємо: $AC > BC - AB$, $AB > BC - AC$.

Оскільки, наприклад, $BC > AB - AC$ і $BC > AC - AB$, то, узагальнюючи, отримуємо $BC > |AB - AC|$.

З теореми про нерівність трикутника та наслідка з неї дістаємо важливе співвідношення між сторонами трикутника:

 *кожна сторона трикутника менша за суму двох інших сторін, але більша від модуля їх різниці.*

Наприклад, $|AB - AC| < BC < AB + AC$.

Задача 1. Дві сторони трикутника дорівнюють 0,7 см і 1,7 см. Якою є довжина третьої сторони, якщо вона вимірюється цілим числом сантиметрів?

Р о з в' я з а н н я. Нехай невідома сторона трикутника дорівнює a см. Тоді $1,7 - 0,7 < a < 1,7 + 0,7$ або $1 < a < 2,4$. Оскільки a — ціле число, то $a = 2$ (см).

В і д п о в і д ь. 2 см.

Задача 2. Периметр рівнобедреного трикутника 60 см, а дві його сторони відносяться, як 2:5. Знайти сторони трикутника.

Р о з в' я з а н н я. Позначимо сторони трикутника, відношення яких 2:5, $2x$ см і $5x$ см. Оскільки невідомо, яка з них є основою, а яка бічною стороною, то розглянемо два випадки.

1. Основа дорівнює $5x$ см, а бічна сторона — $2x$ см. Тоді друга бічна сторона також дорівнює $2x$ см. Але в цьому випадку не виконується нерівність трикутника. Справді, $2x + 2x < 5x$. Цей випадок неможливий.

2. Основа дорівнює $2x$ см, а бічна сторона — $5x$ см. Тоді друга бічна сторона також дорівнює $5x$ см. У цьому випадку нерівність трикутника виконується.

Отже, за умовою задачі маємо рівняння: $2x + 5x + 5x = 60$, $x = 5$ (см). Основа трикутника дорівнює $2 \cdot 5 = 10$ (см), а бічна сторона: $5 \cdot 5 = 25$ (см).

В і д п о в і д ь. 10 см; 25 см; 25 см.

? Сформулюйте теорему про нерівність трикутника та наслідок з неї. • Яке існує важливе співвідношення між сторонами трикутника?

437^①. Чи існує трикутник зі сторонами:

1) 1 см, 2 см і 4 см; 2) 7 дм, 6 дм і 5 дм; 3) 3 см, 4 см і 7 см?

438^①. Чи існує трикутник зі сторонами:

1) 2 дм, 5 дм і 7 дм; 2) 2 см, 3 см і 6 см; 3) 5 дм, 2 дм і 4 дм?

439^②. Дві сторони трикутника дорівнюють 2,9 см і 8,3 см. Якому найбільшому цілому числу сантиметрів може дорівнювати третя сторона?

440^②. Дві сторони трикутника дорівнюють 2,9 см і 4,5 см. Якому найбільшому цілому числу сантиметрів може дорівнювати третя сторона?

441^②. Чи можуть сторони трикутника бути пропорційними числам:

1) 2; 3; 4; 2) 7; 8; 15; 3) 5; 3; 7?

442^②. Чи можуть сторони трикутника бути пропорційними числам:

1) 5; 1; 4; 2) 5; 6; 7; 3) 8; 2; 11?

443^③. Периметр рівнобедреного трикутника дорівнює 12 см. Чи може бічна сторона цього трикутника дорівнювати 3 см?

444^③. Дві сторони рівнобедреного трикутника дорівнюють 5 см і 11 см. Знайдіть периметр цього трикутника.

445^③. Дві сторони трикутника дорівнюють 2,5 см і 1,2 см. Яким може бути периметр трикутника, якщо третя сторона трикутника вимірюється цілим числом сантиметрів?

446^③. Периметр трикутника дорівнює 30 см. Чи може одна з його сторін дорівнювати:

1) 14 см; 2) 15 см; 3) 16 см?

447^③. Периметр трикутника дорівнює 40 дм. Чи може одна з його сторін дорівнювати:

1) 21 дм; 2) 20 дм; 3) 19 дм?

448^④. Чи існує трикутник з периметром 20 см, одна сторона якого на 2 см більша за другу і на 4 см менша за третю?

449^④. Чи існує трикутник, одна сторона якого на 6 см менша за другу і на 1 см більша за третю, а периметр дорівнює 23 см?



450³. Знайдіть кути трикутника ABC , якщо кут A у 3 рази менший за кут B і на 15° більший за кут C .

451³. Доведіть, що два прямокутні трикутники рівні, якщо висота, проведена до гіпотенузи, і катет одного трикутника дорівнюють відповідно висоті, проведеній до гіпотенузи, і катету другого трикутника.

**ЗАВДАННЯ ДЛЯ ПЕРЕВІРКИ ЗНАНЬ З ТЕМИ
«СУМА КУТІВ ТРИКУТНИКА. ЗОВНІШНІЙ КУТ
ТРИКУТНИКА. ПРЯМОКУТНИЙ ТРИКУТНИК.
НЕРІВНІСТЬ ТРИКУТНИКА»**

Урок 35

1¹⁰. Знайдіть третій кут трикутника, якщо два його кути дорівнюють 30° і 80° .

2¹⁰. Накресліть трикутник PLK та його зовнішній кут при вершині P .

3¹⁰. За якими елементами прямокутні трикутники, зображені на малюнку 301, рівні? Запишіть відповідні рівності.

4². Кут при основі рівнобедреного трикутника дорівнює 71° . Знайдіть кут при вершині цього трикутника.

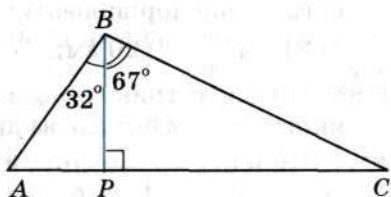
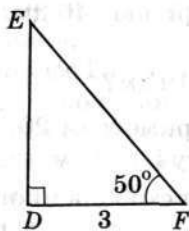
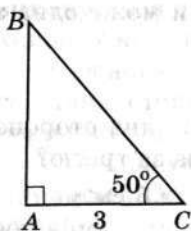
5². На малюнку 302 BP — висота трикутника ABC , $\angle ABP = 32^\circ$, $\angle PBC = 67^\circ$. Знайдіть кути трикутника ABC .

6². Дві сторони трикутника дорівнюють 5,2 см і 6,3 см. Якому найбільшому цілому числу сантиметрів може дорівнювати третя сторона?

7³. Один з кутів трикутника удвічі менший за другий і на 16° більший за третій. Знайдіть кути трикутника.

8³. Один із зовнішніх кутів трикутника дорівнює 112° . Знайдіть внутрішні кути, не суміжні з ним, якщо вони відносяться, як 3:5.

9⁴. У прямокутному трикутнику BCD $\angle C = 90^\circ$, BM — бісектриса трикутника, $\angle CBD = 60^\circ$. Знайдіть довжину катета CD , якщо $CM = 8$ см.



Мал. 301

Мал. 302