

Розділ IV

КОЛО І КРУГ. ГЕОМЕТРИЧНІ ПОБУДОВИ

Урок 36

§ 21. КОЛО. КРУГ

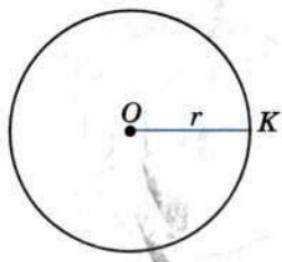
! Колом називають геометричну фігуру, яка складається з усіх точок площини, рівновіддалених від даної точки. Цю точку називають **центром кола**.

Відрізок, що сполучає центр з будь-якою точкою кола, називають **радіусом**.

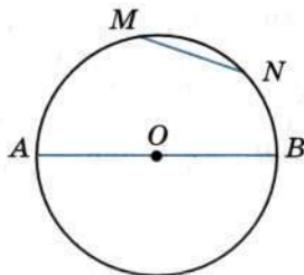
На малюнку 320 зображено коло з центром у точці O і радіусом OK . З означення кала випливає, що всі радіуси мають одну й ту саму довжину. Радіус кола часто позначають буквою r .

Відрізок, що сполучає дві точки кола, називають **хордою**. Хорду, що проходить через центр кола, називають **діаметром**. На малюнку 321 відрізок MN є хордою кола, а відрізок AB — його діаметром. Оскільки діаметр кола складається з двох радіусів (наприклад, діаметр AB складається з радіусів OA і OB), то його довжина удвічі більша за довжину радіуса. Крім того, центр кола є серединою будь-якого діаметра.

Коло на папері зображують за допомогою циркуля (мал. 322). На місцевості для побудови кола можна використати мотузку (мал. 323).



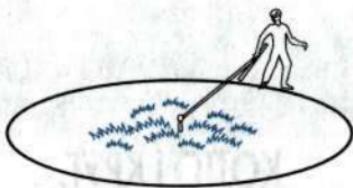
Мал. 320



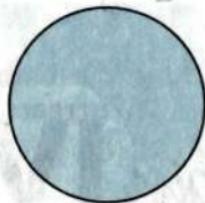
Мал. 321



Мал. 322



Мал. 323



Мал. 324



Частину площини, обмежену колом, разом із самим колом, називають **кругом** (мал. 324).

Центром, радіусом, діаметром, хордою круга називають відповідно центр, радіус, діаметр, хорду кола, яке є межею даного круга.

Розглянемо деякі властивості елементів кола.

Теорема 1 (про порівняння діаметра і хорди). *Діаметр є найбільшою з хорд.*

Доведення. Нехай AB — довільний діаметр кола, радіус якого дорівнює r , а MN — хорда кола, відмінна від діаметра (мал. 325). Доведемо, що $AB > MN$.

$AB = 2r$. У трикутнику MON , використовуючи нерівність трикутника, маємо $MN < MO + ON$. Отже, $MN < 2r$. Тому $AB > MN$. Теорему доведено.

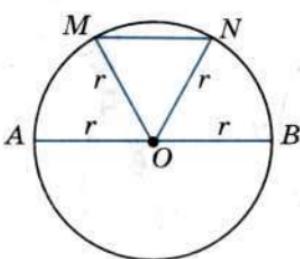
Теорема 2 (про кут, під яким видно діаметр з точки кола). *Діаметр з будь-якої точки кола видно під прямим кутом.*

Доведення. Нехай AB — діаметр кола, а P — довільна точка кола (мал. 326). Доведемо, що $\angle APB = 90^\circ$.

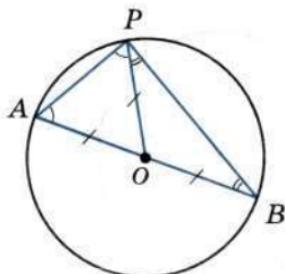
1) У трикутнику AOP $AO = PO$ (як радіуси). Тому ΔAOP — рівнобедрений і $\angle OAP = \angle OPA$.

2) Аналогічно $\angle OPB = \angle OBP$.

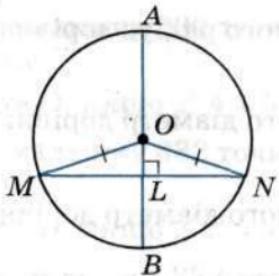
3) Отже, $\angle APB = \angle A + \angle B$. Але ж у ΔAPB : $\angle APB + \angle A + \angle B = 180^\circ$. Тому $\angle APB + \angle APB = 180^\circ$; $2 \cdot \angle APB = 180^\circ$; $\angle APB = 90^\circ$. Теорему доведено.



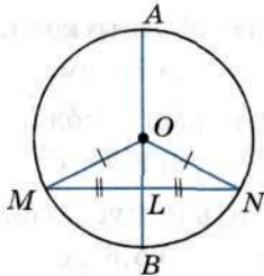
Мал. 325



Мал. 326



Мал. 327



Мал. 328

Теорема 3 (властивість діаметра кола, перпендикулярного до хорди). Діаметр кола, перпендикулярний до хорди.

у колом, разом із самим (мал. 324).

ром, хордою круга називається діаметр, хорду кола, яке є

елементів кола.

діаметра і хорди). **Діаметр**

вільний діаметр кола, радіус кола, відмінна від діаметра

використовуючи нерівність $ON < 2r$. Отже, $MN < 2r$. Тому

видно діаметр з точки кола).

видно під прямим кутом

тою. Отже, $OL \perp MN$, а тому і $AB \perp MN$. Теорему доведено.

називають колом; центром кола; радіусом кола?

який відрізок називають хордою кола, а який — діаметром?

Що називають кругом? • Сформулюйте і доведіть

про властивості елементів кола.

ено.) Які з відрізків, зображеніх на малюнку 329, є: 1) хордами кола; 2) діаметрами кола; 3) радіусами?

айдіть на малюнку 329 хорду, що проходить через центр кола. Як називати таку хорду?

числіть діаметр кола, якщо його



Частину площини, обмеженої колом, називають **кругом** (мал.). Центром, радіусом, діаметром відповідно центр, радіус або межею даного круга.

Розглянемо деякі властивості елементів кола.

Теорема 1 (про порівняння діаметра і хорди).

Доведення. Нехай AB — діаметр кола, MN — хорда, яка не дорівнює r , а $MN > r$ (мал. 325). Доведемо, що $AB > MN$.

$AB = 2r$. У трикутнику MON , який є підставою, маємо $MN < MO + NO$, тобто $MN < AB$. Доведено.

Теорема 2 (про кут, під яким діаметр з будь-якої точки кола видно під прямим кутом).

Доведення. Тому $OL \perp MN$. Теорему доведено.

кож висновок



Що

• Як

тром ко-

теореми

518¹. (У

на м

2)

кола

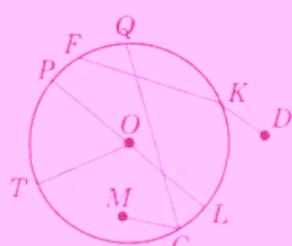
519¹. Зн

прох

вают

520¹. Од

раді



521^①. Знайдіть діаметр кола, якщо його радіус дорівнює:

- 1) 8 мм; 2) 3,8 см.

522^①. Знайдіть радіус кола, якщо його діаметр дорівнює:

- 1) 6 дм; 2) 2

І діаметр AB кола перпендикулярний на від діаметра (мал. 327). Доведемо, а перетину AB і MN .

ний, бо $MO = ON$ (як радіуси). OL — кутника, проведена до основи. Тому же, $ML = LN$.

м кола, до твердження теореми оче-

ть діаметра кола, що проходить через середину хорди, що проходить через середину хорди, перпендикулярний до цієї хорди.

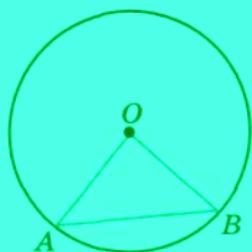
діаметр AB проходить через точку L — не є іншим діаметром кола (мал. 328).

й, бо $MO = NO$ (як радіус). OL — медіана кутника, проведена цього кола

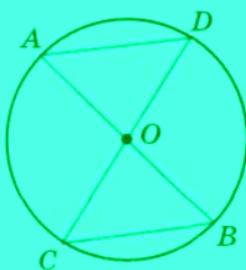
7,95 дм; 5) 8,3 дм?

CD (мал. 330). Доведіть,

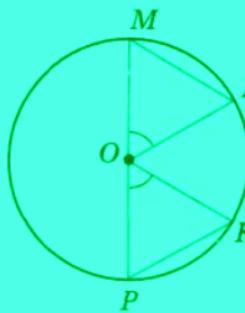
хорди, PM — діаметр. Говорить, що $\Delta MON = \Delta POK$.



Мал. 332



Мал. 330



Мал. 331

Доведення. Нехай до хорди MN , яка відмінна, що $ML = LN$, де L — точка

ΔMON — рівнобедрені висота рівнобедреного трикутника, проведена до основи. Тому OL є також медіаною.

Якщо MN є діаметром, то доведено

Теорема 4 (властивість середини хорди). *Діаметр, що проходить через середину хорди, є її медіаною.*

Доведення. Нехай AB — діаметр, що проходить через середину хорди MN , яка відмінна.

Доведемо, що $AB \perp MN$.

ΔMON — рівнобедрені

рівнобедреного трикутника

дорівнювати:

- 1) 1 дм; 2) 4 дм; 3) 6,7 дм; 4)

530^②. У колі проведено діаметри AB і CD . Доведіть, що $\Delta AOD = \Delta BOC$.

531^②. У колі з центром O проведено хорду MN і діаметр PK , що перетинає хорду MN . Доведіть, що $\angle POK = \angle MON$ (мал. 331).

Доведіть, що $\Delta MON = \Delta POK$.

110

532². На малюнку 332 точка O — центр кола. Знайдіть градусну міру:

- 1) кута O , якщо $\angle A = 52^\circ$; 2) кута B , якщо $\angle O = 94^\circ$.

533². На малюнку 332 точка O — центр кола. Знайдіть градусну міру:

- 1) кута O , якщо $\angle B = 48^\circ$; 2) кута A , якщо $\angle O = 102^\circ$.

534². На малюнку 333 точка O — центр кола, $\angle COA = 32^\circ$.

Знайдіть см.

дм, 2,2,4 см.

бчисліть радіус кола, якщо його діаметр дорівнює:

0 см; 2) 5,6 дм.

Накресліть коло, радіус якого дорівнює 4 см. Проведіть у ньому діаметр MN та хорду MK . Чому дорівнює $\angle NKM$?

Накресліть коло, радіус якого дорівнює 3,6 см. Проведіть у ньому діаметр AB та хорду BD . Перевірте за допомогою косинця або транспортира, що кут BDA — прямий.

середині кола взято довільну точку, відмінну від центру. Скільки діаметрів і скільки хорд можна провести через точку?

На колі взято довільну точку. Скільки діаметрів і скільки хорд можна через неї провести?

528². Радіус кола дорівнює 5 см. Чи може хорда цього кола дорівнювати:

- 1) 2 см; 2) 5 см; 3) 7 см; 4) 9,8 см; 5) 10,2 см?

Радіус кола дорівнює 4 дм. Чи може хорда

523¹. О

1) 1

524². П

у 1
кут

525². П

Пр
дог
пря

526². П

ра.
ци

527². П

ки

Урок 3

529². 1