

Розділ

II

ВЗАЄМНЕ РОЗМІЩЕННЯ ПРЯМИХ НА ПЛОЩИНІ

Урок 5

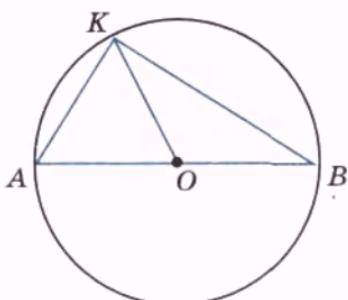
§ 4. АКСІОМИ, ОЗНАЧЕННЯ, ТЕОРЕМИ

Аксіоми геометрії — це твердження про основні властивості найпростіших геометричних фігур, прийняті як вихідні положення.

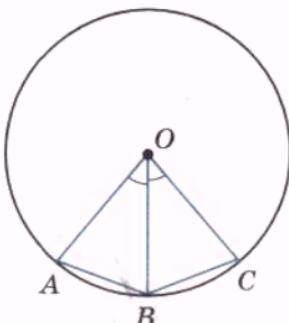
У перекладі з грецької слова «аксіома» означає «прийняте положення».

Нагадаємо деякі вже відомі вам аксіоми.

- I. Яка б не була пряма, існують точки, що належать цій прямій, і точки, що не належать їй.**
- II. Через будь-які дві точки можна провести пряму, і до того ж тільки одну.**
- III. З трьох точок на прямій одна і тільки одна лежить між двома іншими.**
- IV. Кожний відрізок має певну довжину, більшу від нуля.**
- V. Довжина відрізка дорівнює сумі довжин частин, на які він розбивається будь-якою його точкою.**
- VI. Кожний кут має певну градусну міру, більшу від нуля. Розгорнутий кут дорівнює 180° .**
- VII. Градусна міра кута дорівнює сумі градусних мір кутів трикутника MON .**



Мал. 411



Мал. 410

дячи теорему, можна користуватися аксіомами, а також раніше доведеними теоремами. Ніякі інші властивості геометричних фігур (навіть якщо вони здаються нам очевидними) використовувати не можна.

Історичні відомості



Евклід
(ІІІ ст. до н. д.)

Давньогрецький учений Евклід у своїй видатній праці «Начала» зібрав і узагальнив багаторічний досвід грецьких учених. Головним здобутком Евкліда було те, що він запропонував і розвинув аксіоматичний підхід до побудови курсу геометрії. Цей підхід полягає в тому, що спочатку формулюються основні положення (аксіоми), а потім на основі цих аксіом за допомогою логічних міркувань доводять інші твердження (теореми). Такий підхід до побудови курсу геометрії використовують і тепер, формулюючи деякі з аксіом Евкліда у більш сучасному вигляді.

Саму геометрію, викладену у «Началах», називають **евклідовою геометрією**.

Значний внесок у подальший розвиток геометрії зробили інші давньогрецькі вчені, зокрема Архімед (бл. 287–212 до н. д.) та Аполлоній (ІІІ ст. до н. д.).

? Які твердження називають аксіомами? • Наведіть приклади аксіом. • Що таке означення? • Що таке теорема; доведення теореми?

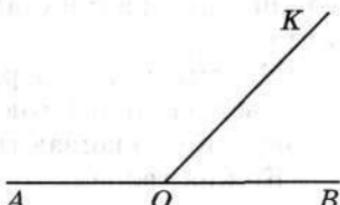
§ 5. СУМІЖНІ КУТИ

! Два кути називаються *суміжними*, якщо одна сторона у них спільна, а дві інші сторони цих кутів є доповнняльними променями.

На малюнку 54 кути AOK і KOB — суміжні, сторона OK у них — спільна, а OA і OB є доповнняльними променями.

Теорема (властивість суміжних кутів). *Сума суміжних кутів дорівнює 180° .*

Доведення. Нехай $\angle AOK$ і $\angle KOB$ — суміжні кути (мал. 54). Оскільки промені OA і OB утворюють розгорнутий кут, то $\angle AOK + \angle KOB = \angle AOB = 180^\circ$. Отже, сума суміжних кутів дорівнює 180° . Теорему доведено.



Мал. 54

Твердження, які випливають безпосередньо з аксіом чи теорем, називають **наслідками**.

Наслідок 1. *Кут, суміжний з прямим кутом,— прямий.*

Наслідок 2. *Кут, суміжний з гострим кутом,— тупий, а суміжний з тупим кутом,— гострий.*

Задача. Знайти міри суміжних кутів, якщо один з них на 56° більший за другий.

Розв'язання. Позначимо градусну міру меншого кута через x , тоді градусна міра більшого кута буде $x + 56^\circ$. Оскільки сума суміжних кутів дорівнює 180° , то можна скласти рівняння $x + x + 56^\circ = 180^\circ$. Розв'язавши його, отримаємо $x = 62^\circ$. Отже, один із шуканих кутів дорівнює 62° , а другий $62^\circ + 56^\circ = 118^\circ$.

Відповідь. 62° і 118° .

 **Які кути називаються суміжними? • Чому дорівнює сума суміжних кутів?**

67⁰. (Усно.) На яких з малюнків 55—58 кути 1 і 2 є суміжними?

68⁰. Чи можуть два суміжних кути дорівнювати:

- 1) 42° і 148° ; 2) 90° і 90° ; 3) 166° і 14° ; 4) 23° і 156° ?

69⁰. Чи можуть два суміжних кути дорівнювати:

- 1) 13° і 167° ; 2) 5° і 165° ; 3) 11° і 179° ; 4) 91° і 89° ?

70⁰. Знайдіть кут, суміжний з кутом: 1) 15° ; 2) 113° .

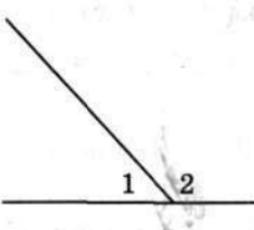
71⁰. Знайдіть кут, суміжний з кутом: 1) 127° ; 2) 39° .

72⁰. Накресліть два нерівних суміжних кути так, щоб їх спільна сторона була вертикальною.

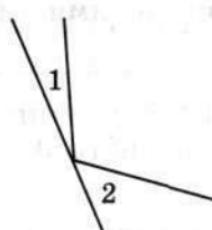
73⁰. Накресліть два нерівних суміжних кути так, щоб їх спільна сторона була горизонтальною.

 **74⁰.** Якщо суміжні кути рівні, то вони прямі. Доведіть.

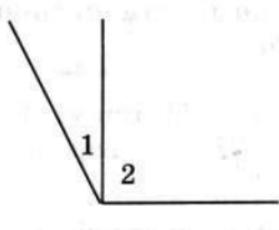
75⁰. Якщо кути рівні, то й суміжні з ними кути рівні. Доведіть.



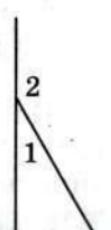
Мал. 55



Мал. 56



Мал. 57



Мал. 58

Урок 6

76². Накресліть за допомогою транспортира $\angle MON = 50^\circ$. Побудуйте кут, суміжний з кутом MON зі спільною стороною ON . Обчисліть його градусну міру.

77². Накресліть за допомогою транспортира $\angle APB = 115^\circ$. Побудуйте кут, суміжний з кутом APB зі спільною стороною AP . Обчисліть його градусну міру.

78². Промінь, що проходить між сторонами кута, ділить його на кути, що дорівнюють 15° і 72° . Знайдіть градусну міру кута, суміжного з даним.

79². Бісектриса кута M утворює з його стороною кут, що дорівнює 36° . Знайдіть градусну міру кута, суміжного з кутом M .

80³. Знайдіть суміжні кути, якщо один з них на 18° менший за другий.

81³. Знайдіть суміжні кути, якщо один з них у 3 рази більший за другий.

82³. Знайдіть суміжні кути, якщо один з них становить $\frac{3}{7}$ другого.

83³. Дано тупий кут A і гострий кут B , градусні міри яких відносяться, як $4 : 3$. Знайдіть градусні міри цих кутів, якщо кут, суміжний з одним із них, дорівнює 80° .

84⁴. Знайдіть кут між бісектрисами суміжних кутів.

85⁴. Два кути відносяться, як $1 : 2$, а суміжні з ними,— як $7 : 5$. Знайдіть ці кути.

86*. Один із суміжних кутів удвічі більший за різницю цих кутів. Знайдіть ці кути.

Урок 7

§ 6. ВЕРТИКАЛЬНІ КУТИ.

КУТ МІЖ ДВОМА ПРЯМИМИ,
ЩО ПЕРЕТИНАЮТЬСЯ

! Два кути називаються *вертикальними*, якщо сторони одного кута є доповняльними променями сторін другого.

На малюнку 59 прямі AB і CD перетинаються у точці K . Кути AKC і DKB — вертикальні, кути AKD і CKB теж вертикальні.

Теорема (властивість вертикальних кутів). *Вертикальні кути рівні.*